

感染症の流行に伴う自粛傾向のダイナミクス

～進化ゲームを用いた分析～

1210549 三好向日葵

高知工科大学 経済・マネジメント学群

1. 概要

本研究では西條(2020)の「コロナゲーム」をもとに、コロナ禍における自粛動向の動学的な分析を行う。西條(2020)では、外出と自粛の平衡頻度が単純な2人ゲームの進化的に安定な戦略(ESS)として導出されている。それによると、各人が50%の確率で外出する混合戦略がESSとなる。しかし実際の自粛傾向は一定の水準(50%)に留まらず複雑な動態を示している。本研究では、西條の「コロナゲーム」に大浦(2008)の「不満モデル」を組み込むことで精緻化するとともに、プレイヤーの同調性を考慮した数理モデルを分析し、現実世界でみられるような複雑な自粛傾向の動態についての説明を試みる。

2. 背景

新型コロナウイルス感染症が世界に広まり、日本では強制ではないが外出の自粛が要請されている。西條(2020)は外出を自粛する人々の頻度動態を簡単な2人ゲームで表現することを試みた。あなたと相手という二人のゲームを考えよう。以下の表における各セルにおいて、左の数があなた、右の数が相手の利得を示している。西條は、このゲームの進化的に安定な戦略(ESS)は確率50%で自粛、確率50%で外出するという混合戦略であると論じた。

	外出	自粛
外出	0, 0	10, 2
自粛	2, 10	8, 8

図 2-1 コロナゲーム利得行列

この先行研究には以下の問題点が挙げられる。第一に、この研究は2人でのゲームを想定しているが、具体的にどのような状況が想定されているのか詳述されておらず、利得表の数値に理論的根拠がない。第二に、実際の自粛傾向は一定の水準(50%)に留まらず複雑な動態を示している。このことから、人間の行動選択は西條ゲームにおける仮定よりも、より複雑であることが示唆される。また、西條ゲームでは、人々がどのようにして利得表に関する情報を取得し、戦略を更新していくかが明示されていない。ESSは、自己複製するプレイヤーを想定しており、生物の進化を扱う上では妥当な概念だが、人間行動の短期間における変化を扱う際には、必ずしも適切な解概念ではない(大浦, 2008)。実際には、大浦(2008)の「不満モデル」において仮定されているように、不満を持った人が戦略を変えることによって集団の戦略が変化していくのではないかと考えられる。さらには、戦略の変更に際して、人々が有する同調性も考慮すべきである。

3. 目的

本研究では、西條の「コロナゲーム」に大浦(2008)の「不満モデル」を組み込んで精緻化するとともに、プレイヤーの同調性を考慮し、同調傾向が自粛を選択する人の頻度に与える影響を明らかにする。

4. 研究方法

N個の仮想的な公共施設(図書館や食堂)と2N人の集団を想定する。各公共施設は、同時に最大2人を収容することができるとする。各個人(プレイヤー)は、外出・自粛のどちらかの戦略を採用する。外出するプレイヤーは、公共施設のランダムな空スペースに入る。自粛するプレイヤーは、自宅に滞在

し、公共施設は利用しない。また、自宅滞在（自粛）のプレイヤーの効用は0であるとする。一方、一人で施設を利用（外出）するプレイヤーの効用は $b > 0$ とする。二人で施設を利用（外出+感染リスク）するプレイヤーの効用は $b-c < 0$ とする。

本研究が基礎を置く大浦(2008)の「不満モデル」においては、効用 u のプレイヤーが微小時間 Δt の間に確率 $a(u)\Delta t$ で戦略を見直すと仮定する（大浦, 2008）。ここで、 $a(u)$ は u の減少関数である。本研究では、簡単のため、 $a(u) = P - u$ (P は定数) と仮定する。上記の仮定より、次のような利得表が得られる。

	外出	自粛
外出	$b-c, b-c$	$b, 0$
自粛	$0, b$	$0, 0$

図 4-1 利得行列

本研究では、さらに大浦(2008)の不満モデルに戦略の同調伝達を組み込む。上記の不満モデルに基づき戦略の見直しを行うプレイヤーは、集団中からランダムに3個体を参照対象として選ぶ。3個体が全て同じ戦略であれば、その戦略を採用する。3個体が全て異なる戦略であれば、どれか一つをランダムに採用する（実際には2戦略しかないので、この状態は発生しない）。3個体のうち、2個体が同じ戦略であれば、その戦略を確率 $(2+D)/3$ で、もう一方の戦略を確率 $(1-D)/3$ で採用する。ここで D は同調の強さを表す定数であり、 $0 < D < 1$ とする。

上記の仮定をもとに、外出プレイヤーの頻度 x が従う微分方程式を導出し、平衡点の特定とその安定性の評価を行う。特に、同調性パラメータ D が変化するとき平衡点の位置や数、安定性がどのように変化するかについて詳細な分析を行う。

5. 結果

5.1. 西條のコロナゲームの場合

まず、本研究の数理モデルと比較するため、利得行列が西條(2020)で与えられたものに一致する場合の分析を行った。この場合、外出頻度 x が従う微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)[(-a(0)x - a(10)(1-x))(1 + Dx(1-2x)) + (a(2)x + a(8)(1-x))(1 + D(1-x)(2x-1))] \quad (1)$$

ここで単純化のため、

$$a(u) = P - u \quad (2)$$

を仮定する。すなわち、戦略見直しの確率は効用の線形関数であるとする。式(2)を(1)に代入して右辺を因数分解し、整理した結果は以下のようになる。

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)(2x-1)(-2 + D(P-8+4x+4x^2)) \quad (3)$$

平衡点は、0, 1, $\frac{1}{2}$ および x_1^* , x_2^* 、ただし

$$x_1^* = \frac{-D - \sqrt{2D + 9D^2 - D^2P}}{2D}, \quad (4a)$$

$$x_2^* = \frac{-D + \sqrt{2D + 9D^2 - D^2P}}{2D} \quad (4b)$$

であり、 x_1^* は負の値をとるため実現不可能である。 x_2^* は場合により実現可能となる。

以下では、 x_2^* の値を7つのパターンに場合分けして考えていく。

(1) 同調性 D が小さいとき ($D < 2/p$)

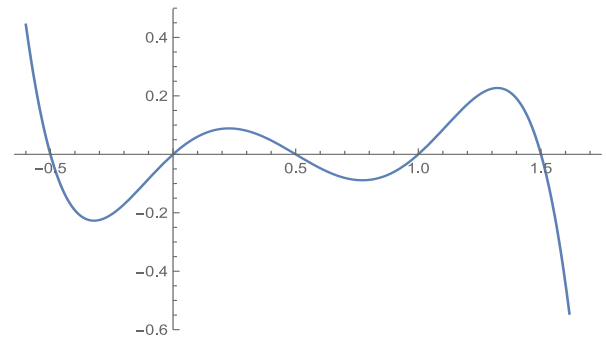


図 5.1-1 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D < 2/p$)

dx/dt は図 5.1-1 のような x の関数になる。 $x_2^* > 1$ であり、安定な平衡点は $x=1/2$ のみである。つまり外出頻度 $1/2$ が安定化する。

(2) $D = 2/p$ のとき

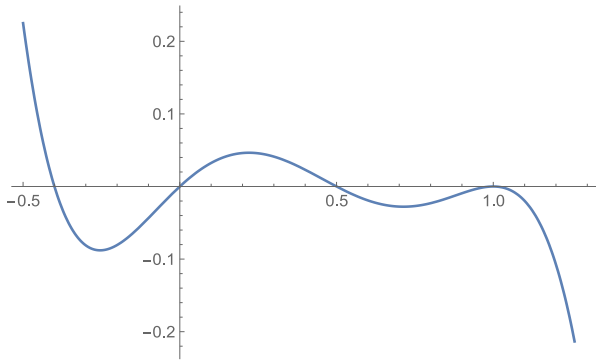


図 5.1-2 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=2/p$)

dx/dt は図 5.1-2 のような x の関数になる。 $x^* = 1$ であり、引き続き安定な平衡点は $x=1/2$ のみである。

(3) 同調性 D がやや小さいとき ($2/p < D < 2/(p-5)$)

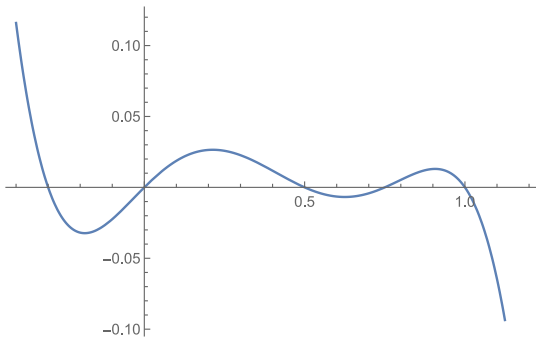


図 5.1-3 $dx/dt(x)$ のグラフ ($2/p < D < 2/(p-5)$)

dx/dt は図 5.1-3 のような x の関数になる。 $1/2 < x_2^* < 1$ であり安定な平衡点は $x=1/2, 1$ である。つまり外出頻度 $1/2$ と「全員外出」が安定化する。

(4) $D = 2/(p-5)$ のとき

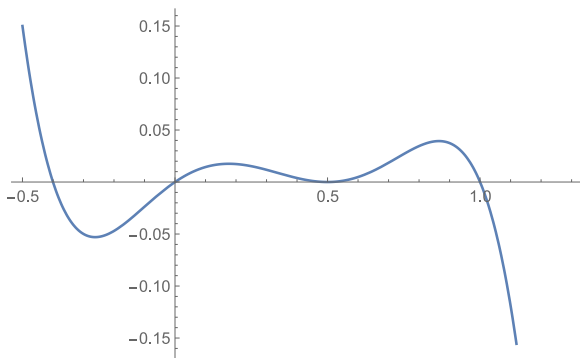


図 5.1-4 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=2/(p-5)$)

dx/dt は図 5.1-4 のような x の関数になる。 $x_2^* = 1/2$ であり、安定な平衡点は $x=1$ のみである。つまり「全員外出」が安定化する。

(5) 同調性 D がやや大きいとき ($2/(p-5) < D < 2/(p-8)$)

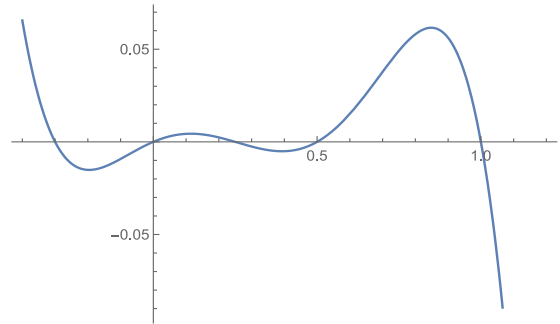


図 5.1-5 $dx/dt(x)$ のグラフ ($2/(p-5) < D < 2/(p-8)$)

dx/dt は図 5.1-5 のような x の関数になる。 $0 < x_2^* < 1/2$ であり、安定な平衡点は $x= x_2^*, 1$ である。つまり「過半数自粛」と「全員外出」が安定化する。

(6) $D = 2/(p-8)$ のとき

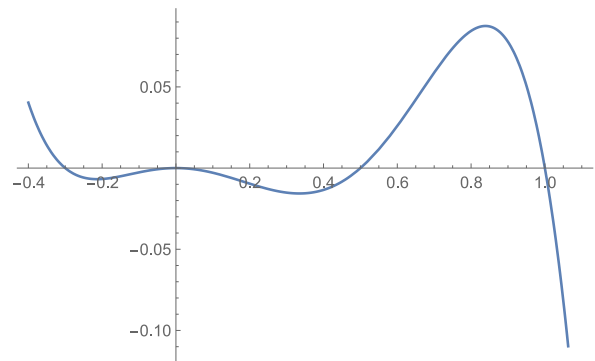


図 5.1-6 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=2/(p-8)$)

dx/dt は図 5.1-6 のような x の関数になる。 $x^* = 0$ であり、安定な平衡点は $x=1$ と $x=0$ である。つまり「全員外出」と「全員自粛」が安定化する。

(7) 同調性 D が非常に大きいとき ($D > 2/(p-8)$)

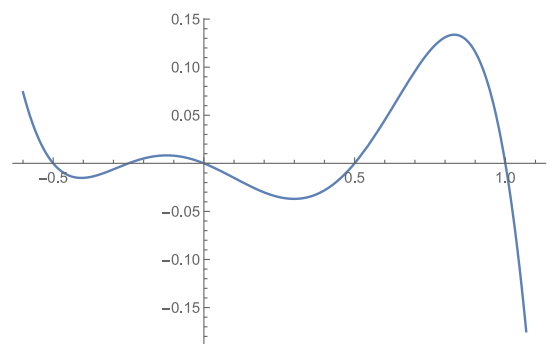


図 5.1-7 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D > 2/(p-8)$)

dx/dt は図 5.1-7 のような x の関数になる。 $x_2^* < 0$ であり、引き続き安定な平衡点は $x=0, 1$ である。

5.2. 本研究の数理モデルの場合

本研究の数理モデルの場合は、利得行列は $4 - 1$ のようになり、外出頻度 x が従う微分方程式は以下ようになる。

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)[(a(0)x + a(0)(1-x))(1 + Dx(1-x)(2x-1)) - (a(b-c)x + a(b)(1-x))(1 + Dx(2x-1))] \quad (5)$$

式(2)を(5)に代入したうえで右辺を因数分解し、整理すると以下ようになる。

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)(b-cx + D(-1+2x)(p+x(cx-b))) \quad (6)$$

$c=2b$ の場合は係数 $(-1+2x)$ で因数分解を行え、次のようになる。

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)(-1+2x)(Dp+b(-1+Dx(-1+2x))) \quad (7)$$

平衡点は、 $0, 1, \frac{1}{2}$ および x_1^*, x_2^* である。ただし

$$x_1^* = \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{8}{Db}(b-pD)}}{4} \quad (8a)$$

$$x_2^* = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{8}{Db}(b-pD)}}{4} \quad (8b)$$

であり、 x_1^*, x_2^* は両者とも場合により実現可能となる。以下では、 x_2^* の値を 7 つのパターンに場合分けして考えていく。

(1) 同調性 D が小さいとき ($D < b/(p+b)$)

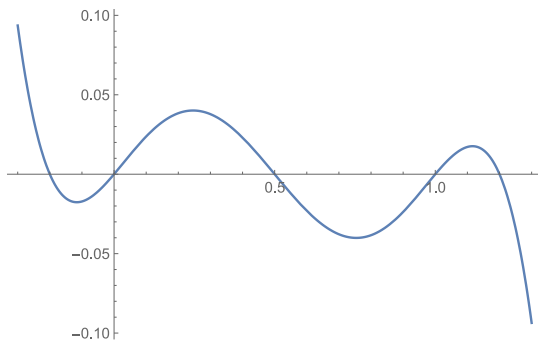


図 5.2-1 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D < b/(p+b)$)

dx/dt は図 5.2-1 のような x の関数になる。 $x_2^* > 1$ であり、安定な平衡点は $x=1/2$ のみである。つまり外出頻度 $1/2$ が安定化する。

(2) $D = b/(p+b)$ のとき

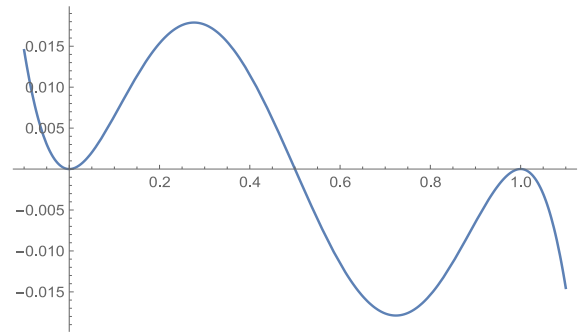


図 5.2-2 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=b/(p+b)$)

dx/dt は図 5.2-2 のような x の関数になる。 $x_2^* = 1$ であり、安定な平衡点は $x=1/2$ のみである。つまり外出頻度 $1/2$ が安定化する。

(3) 同調性 D がやや小さいとき ($b/(p+b) < D < b/p$)

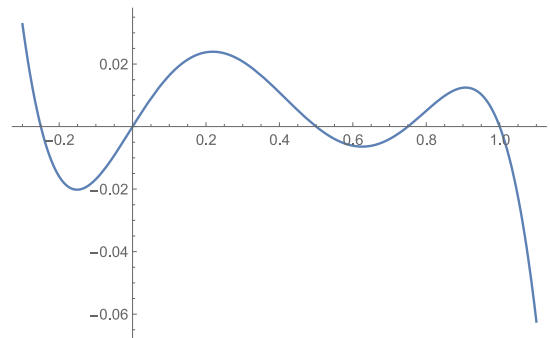


図 5.2-3 $dx/dt(x)$ のグラフ ($b/(p+b) < D < b/p$)

dx/dt は図 5.2-3 のような x の関数になる。 $1/2 < x_2^* < 1$ であり、安定な平衡点は $x=1/2, 1$ である。つまり外出頻度 $1/2$ と「全員外出」が安定化する。

(4) $D = b/p$ のとき

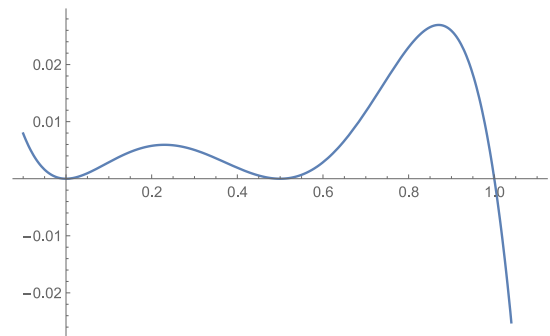
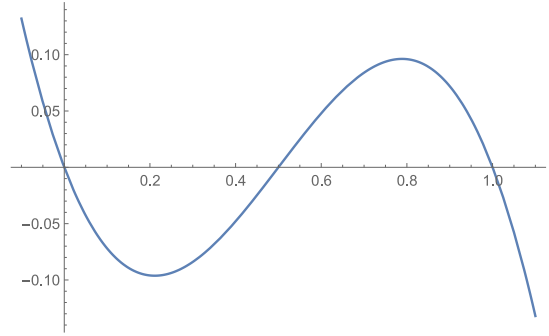


図 5.2-4 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=b/p$)

dx/dt は図 5.2-4 のような x の関数になる。 $x_2^* = 1/2$ であり、安定な平衡点は $x=1$ のみである。つまり外出頻度「全員外出」が安定化する。



(5)同調性 D がやや大きいとき ($b/p < D < 8b/(8p-b)$)

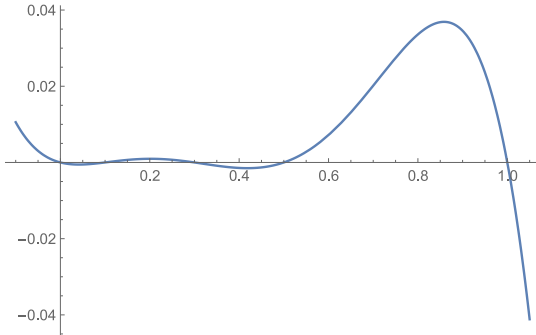


図 5.2-5 $dx/dt(x)$ のグラフ ($b/p < D < 8b/(8p-b)$)

dx/dt は図 5.2-5 のような x の関数になる。 $0 < x_2^* < 1/2$ であり、安定な平衡点は $x=0, x_2^*, 1$ である。つまり「全員自粛」と「全員外出」と「過半数自粛」が安定化する。

図 5-7 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D > 8b/(8p-b)$)

dx/dt は図 5.2-7 のような x の関数になる。 $x_2^* < 1/4$ であり、安定な平衡点は $x=0, 1$ である。つまり「全員自粛」と「全員外出」が安定化する。

(6) $D = 8b / (8p - b)$ のとき

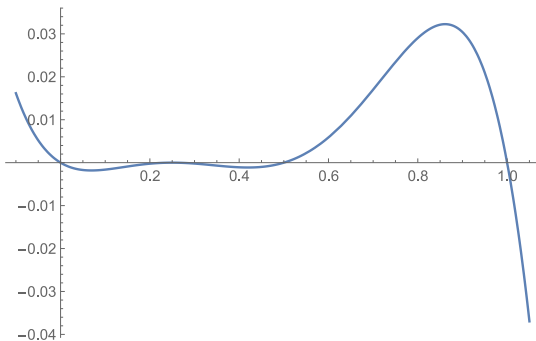


図 5.2-6 $dx/dt(x)$ のグラフ ($D=8b/(8p-b)$)

dx/dt は図 5.2-6 のような x の関数になる。 $x_2^* = 1/4$ であり、安定な平衡点は $x=0, 1$ である。つまり「全員自粛」と「全員外出」が安定化する。

6. 考察

グラフの動きから同調性 D が大きくなる動きに伴い、不安定平衡点 x_2^* が左に移動することがわかる。そしてプレイヤーが採用する戦略は、「半数が自粛」から「全員外出」か「全員自粛」に近づいていくということが確認できた。また x_2^* の値が $1/4$ になったときに力学的分岐が起き、安定平衡点 x_2^* と不安定平衡点 x_1^* が衝突して消失する。それ以上同調性が強い場合は、「全員自粛」と「全員外出」以外に安定平衡点は存在しない。

上記の結果は、同調性 D がさほど大きくないときには西條モデルと定性的に変わらない。しかし同調性 D が大きくなってくると平衡点に変化が見られた。西條モデルではパラメータ b, c を用いたモデルに比べて自粛率が上がる傾向が見られた。この理由として、西條モデルの利得表ではお互いが自粛することによってもたらされる効用（幸福度）が高く設定されていることが挙げられる。しかしパラメータ b, c を用いたモデルではお互いが自粛することへの幸福度は加味していない。このことから、幸福度が高ければパラメータ b, c を用いたモデルでの同調性 D の値がさらに小さくなくても自粛安定率が高くなることが予想される。

(7)同調性 D が大きいとき ($D > 8b / (8p - b)$)

7. 参考文献

1.西条辰義 “コロナゲームはタカハトゲーム？”

<https://www.tkfd.or.jp/research/detail.php?id=3412>

2.水野貴之, 大西立顕, 渡辺努「流動人口ビッグデータによる
地域住民の自粛率の見える化 - 感染者数と自粛の関係 -」

2020年4月22日.

<https://www.canon->

[igs.org/column/macroeconomics/20200422_6369.html](https://www.canon-igs.org/column/macroeconomics/20200422_6369.html)

3.大浦宏邦. 2008. 社会科学者のための進化ゲーム理論. 勁草書
房.