

1次元クーロンポテンシャルの量子力学

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) - \frac{e^2}{|x|}\psi(x) = E\psi(x) \quad \dots \quad 1 \text{次元水素原子における波動関数}$$

において波動関数の原点における特異性の取り扱いについて、長い間議論が絶えなかった。伝統的には1次元水素原子のスペクトルを考察する際、Loundonによる波動関数を原点で接続条件を0とする接続条件が用いられてきた。しかし、先行研究よりそれ以外の接続条件も数学的に許されることが示されている[1][2]。近年実験技術の向上により電場磁場の印加によって1次元水素を実現することが可能となった。これに伴い現在、実際にそのような非Loundon型接続条件をいかに実現するのを探ることが重要となってきた。

本研究では、数値解析的手法を用い、クーロンポテンシャルの特異性をカットオフにより一旦回避した上で、カット以下の距離に新たな滑らかなポテンシャルを導入し、カットオフ距離を0に近づける極限をとることで実際に非Loundon型接続条件を実現させた。その結果、1次元水素において束縛状態として非Rydberg型スペクトルが出現しうることを示した(図1)。具体的にはカットオフ内部にCos関数型から作った3山ポテンシャルを導入し、その強度をカットオフ距離が減少するほど適宜増大する形でこれを実現した(図2)。この手法は、クーロンポテンシャルの存在しない1次元自由粒子が、1点のみで力を受ける点状相互作用のある自由粒子問題にも応用ができて、そこでも従来知られている3つのデルタ関数による一般的相互作用の構成を滑らかな関数で置き換える有用な手法になっていることを示した。

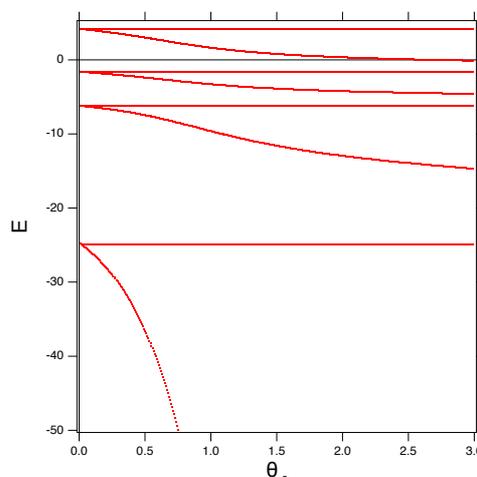


図1

さらに、この手法で散乱問題についても扱った。クーロンポテンシャルのない自由粒子系での高エネルギーフィルターと低エネルギーフィルターについての考察を行なった。束縛系で考察した非Loundon型接続条件を用いることで従来のものとは異なる特異な反射と透過を示した。

今回の手法は、従来デルタ関数という特異な関数の組み合わせで一般的な点状相互作用を実現してきた。これは従来の手法に比べ、実験的実現性という点で優れている。

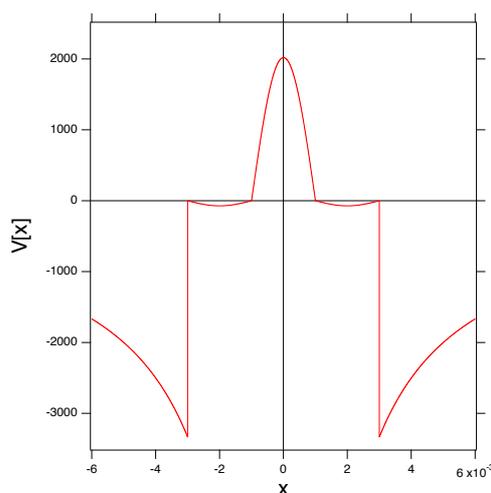


図2

文献

1) I. Tsutsui, T. Fülöp and T. Cheon. **2002**, J. Phys. A: Math. Gen. 36 275-287
 1) A. Pérez-Obiol, T. Cheon **2020**, J. Phys. E: 119 114013