

# 卒業論文要旨

## 航空機開発のための差分格子ボルツマン法による音波伝播計算

### Calculation of Sound Wave Propagation using Finite Difference Lattice Boltzmann Method for Aircraft Development

システム工学群

航空エンジン超音速流研究室 1220063 久保田 佑弥

#### 1. 緒言

航空機における騒音とはジェット噴流由来のエンジン騒音と脚やフラップまわりから発生する機体騒音に大別される。着陸時には機体騒音が支配的になることが計測により示されており、騒音問題の根本的な解決には機体騒音を低減する設計が求められる。

空力音の数値予測において流れと音波の発生・伝播を直接計算する手法の Direct Numerical Simulation (DNS) は音場と流れの相互作用を解析することが可能であり、音源のモデル化等に伴う近似が含まれないが膨大な計算コストを要する<sup>(1)</sup>。また、音波の解析では圧縮性オイラー方程式を音波成分において線形化した線形オイラー方程式を用いた計算法が注目されている。DNS と比べて大幅な計算コスト削減には成功しているものの設計開発に資する計算ツールとするには更なる計算時間の短縮が求められる。そこで本研究ではより計算コストの低い差分格子ボルツマン法 (Finite Difference Lattice Boltzmann Method) を用いて 2次元円柱まわりの音波伝播計算を行い、DNS と比較し LBM での音の発生・伝播についてどの程度解けているかを解析することが目的である。

#### 2. 数値計算法と問題設定

##### 2.1 基礎方程式

格子ボルツマン法では以下の離散化 BGK 方程式を基礎方程式とする。

$$\frac{\partial f_i(t, \mathbf{x})}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(t, \mathbf{x})}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} (f_i(t, \mathbf{x}) - f_i^{(0)}(t, \mathbf{x})) \quad (1)$$

ここで、 $f_i$  は粒子の分布関数、添字  $i$  は粒子の速度方向でそれぞれの方向の粒子に対して粒子数が定義される。 $\mathbf{c}_i$  は粒子の速度で、 $\alpha$  は  $x, y$  座標に対応している。 $\tau$  は単一緩和係数と呼ばれる定数、 $f_i^{(0)}$  は粒子分布の平衡状態を表す局所平衡分布関数で、流体力学変数である密度  $\rho$ 、流速  $\mathbf{u}$ 、内部エネルギー  $e$ 、そして粒子の速度の関数であらわされる<sup>(2)</sup>。

$$f_i^{(0)} = f_i^{(0)}(\rho, \bar{u}_\alpha, e, c_i) \quad (2)$$

ここで、流体力学変数は

$$\rho = \sum_{i=1}^N f_i, \quad \rho u_\alpha = \sum_{i=1}^N f_i c_{i\alpha}, \quad \rho \left( \frac{1}{2} u_\alpha^2 + e \right) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} f_i c_i^2 \quad (4, a, b, c)$$

と定義される。

本研究で用いる差分格子ボルツマン法では、負の粘性を導入した次式を用いる。

$$\frac{\partial f_i(t, \mathbf{x})}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(t, \mathbf{x})}{\partial x_\alpha} - \frac{A}{\tau} c_{i\alpha} \frac{\partial \{f_i(t, \mathbf{x}) - f_i^{(0)}(t, \mathbf{x})\}}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} \{f_i(t, \mathbf{x}) - f_i^{(0)}(t, \mathbf{x})\} \quad (5)$$

ここで、 $A$  は負の粘性を表す量 ( $A > 0$ ) で  $\nu \sim \tau - A$  の関係がある。

##### 2.2 速度の離散化

空間を規則的な格子によって離散化し、粒子の運動はその格子に沿って有限な方向に制限する。図 1 に本研究で用いた速度分布を 2次元で 21 方向に離散化したモデル (D2Q21 モデル) を示す。また粒子の各方向の速度を表 1 に示す。

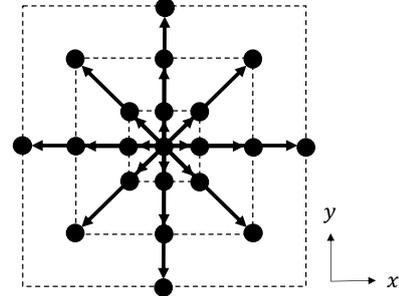


Fig.1 D2Q21model

Table.1 Velocity vector components of D2Q21 model

$i$	Velocity vector $c_{i\alpha} = (c_{ix}, c_{iy})$	$ c $
1	(0,0)	0
2-5	(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)	1
6-9	(2,0),(0,2),(-2,0),(0,-2)	2
10-13	(3,0),(0,3),(-3,0),(0,-3)	3
14-17	(1,1),(-1,1),(-1,-1),(1,-1)	$\sqrt{2}$
18-21	(2,2),(-2,2),(-2,-2),(2,-2)	$2\sqrt{2}$

##### 2.3 問題設定

主流マッハ数  $M$  の流れの中に直径  $D$  の 2次元円柱を置いた場合を考える。観測点は原点からの距離を  $r$  とし、上流側から時計回りの角度を  $\theta$  と定義し、よどみ点を  $\theta = 0^\circ$  とする。また、一様流速  $U$ 、円柱直径  $D$  を代表長さとして規格化しており、レイノルズ数は  $Re = UD/\nu$  と定義する。 $\nu$  は動粘性係数である。

今回行った計算は  $Re = 150$  と  $1.4 \times 10^5$  である。計算格子は 0 型構造格子を用いており  $i$  は半径方向、 $j$  は円周方向である。格子点数について  $(i_{max}, j_{max}) = (151, 101)$  で行った計算には添字 (a) を、 $(i_{max}, j_{max}) = (301, 201)$  で行った計算には添字 (b) をつけ、この 2 種類で計算を行った。計算領域は円柱直

径の 100 倍の距離までを計算領域としている。境界条件は円柱表面( $i = 1$ )が断熱粘着・密度外挿、遠方境界( $i = i_{max}$ )に一樣流、 $j$ 格子に周期境界を設定した。空間離散化には 3 次精度風上差分、時間積分には 2 段階 Runge-Kutta 法を用いている。

### 3. 計算結果と考察

#### 3.1 低レイノルズ数流れ

主流  $Re = 150$ ,  $M = 0.2$  について結果を示す。図 2 は 2 次元円柱まわりの音圧場の様子である。音圧は静圧  $p_0$  からのずれ  $dp = p - p_0$  で表している。円柱上下 ( $\theta = \pm 90^\circ$ ) から発生した圧力パルスはそのまま上下方向に伝播するのではなく、正の圧力パルスは上流側に、負の圧力パルスは下流側に伝播することが判る。これは 1) 円柱が一樣流中にあることから生ずるドップラー効果と 2) 圧力の時間平均が円柱前方では正、下流では負になるという平均圧力場の効果の二つの効果によることが判っている<sup>(3)</sup>。

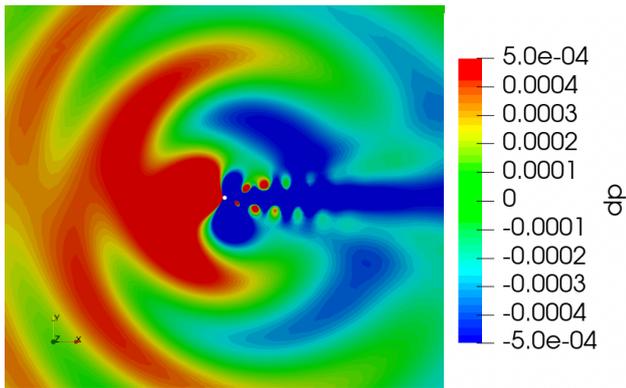


Fig.2 Sound wave simulation

続いて LBM で解いた流れの計算結果が Navier-Stokes 方程式(N-S 方程式)を回復しているか検討するために円柱表面の圧力係数  $c_p (= (p - p_0) / \frac{1}{2} \rho u^2)$  をカルマン渦の周期で時間平均して求めた。図 3 は  $Re = 150$  の場合での二次元圧縮性 N-S 方程式を解いた DNS<sup>(4)</sup> と比較した図である。空間微分に 6 次精度の Pade 型コンパクトスキーム、時間積分には 4 次精度 Runge-Kutta 法を用いている。 $\theta = 70^\circ$  付近における流れの剥離による  $c_p$  変化の評価には変異があるものの最大で約 6% 程度の誤差となった。これにより N-S 方程式を回復していることが判る。

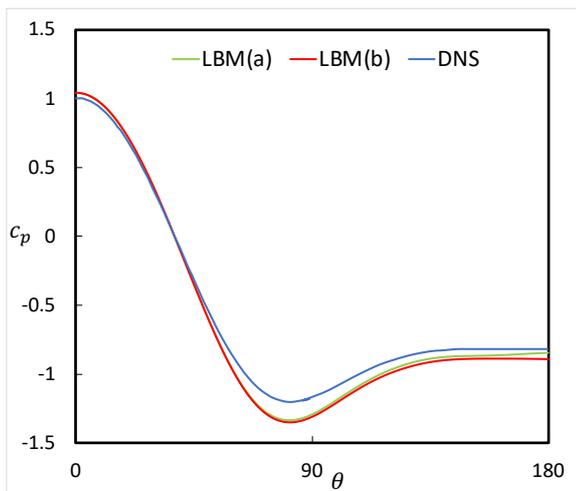
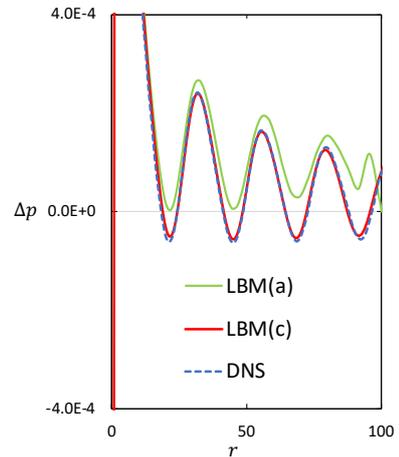


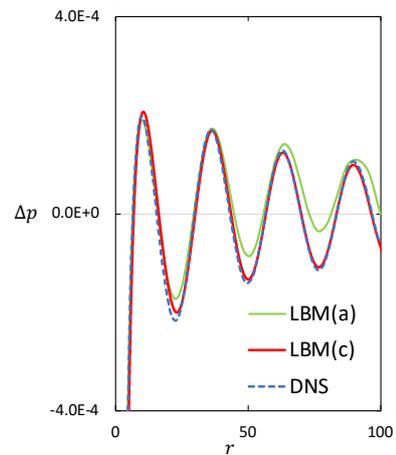
Fig.3 Pressure coefficient  $c_p$ .  $Re = 150$

次に、音波の発生・伝播がどの程度の精度で解けているか検討するために円柱直径  $D$  の 100 倍までの範囲の音圧を計

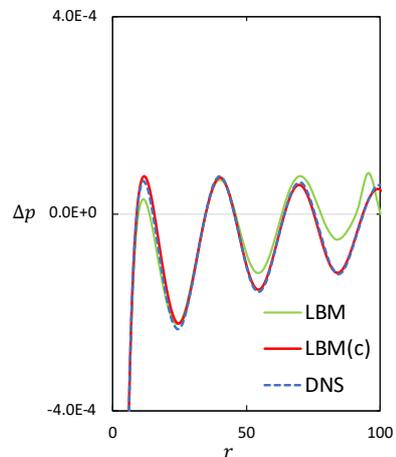
算し、DNS の計算結果と比較を行った。図 5 は (a) 圧縮のピークが進行していく  $\theta = 50^\circ$ , (b) 一樣流に垂直な  $\theta = 90^\circ$ , (c) 膨張波のピークが進行していく  $\theta = 120^\circ$  の方向で計算領域  $r = 100$  までの音圧の空間分布である。また、LBM (c) は格子点数 ( $i_{max}, j_{max}$ ) = (352, 201) であり、非物理的な音波の反射を抑制する sponge 領域を 50 点設けている格子を用いた。LBM (a) は、図 4 (b) の  $\theta = 90^\circ$  では DNS に劣らない結果で音圧の伝播を解けていることが確認できる。しかし (a), (c) では  $r = 90$  近傍から位相誤差が見られた。この原因として計算領域の外側に吸収領域を設けていなかったため反射波が起こっていると考えられる。



(a)  $\theta = 50^\circ$



(b)  $\theta = 90^\circ$



(c)  $\theta = 120^\circ$

Fig.4 Propagation of sound pressure.  $Re = 150, M = 0.2$ .

### 3.2 高レイノルズ数

図5は $Re = 1.4 \times 10^5$ の場合での実験値<sup>(5)</sup>, Large Eddy Simulation (LES), CFDの計算結果<sup>(6)</sup>との比較を行った. 高レイノルズ数の場合においては各ピーク時の位相差は見られないものの誤差が増加していることが見て明らかである.

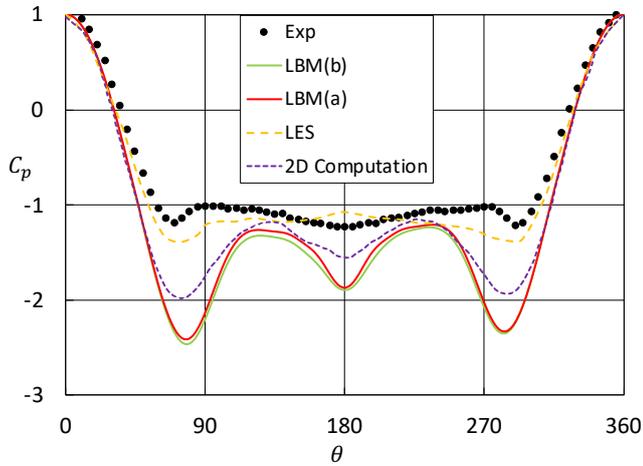


Fig.5 Pressure coefficient  $c_p$ .  $Re = 1.4 \times 10^5$

### 4. まとめ

2次元円柱まわりの流れ場をLBMで解き, 低レイノルズ数の場合ではN-S方程式を回復していることがわかった. また円柱まわりの流れから発生する音波の伝播についても, DNSと比べて非常に低い計算コストでありながら円柱直径の100倍の遠方場まで位相誤差なく波形を算出できた. 今後は航空機まわりに適用する予定である.

### 文献

- (1) Tsutahara, M., et al., Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B, Vol. 69, No. 680 (2003), pp. 841-847
- (2) 蔦原道久, “格子ボルツマン法による圧縮流れのシミュレーション”, ターボ機械第30巻第6巻 pp. 321-329
- (3) O. Inoue, N. Hatakeyama, H. Hosoya & H. Shoji, AIAA Paper 2001-2132. (2001),
- (4) 井上督, “ながれから出る音の直接数値シミュレーション”, ながれ 20 (2001) 187-195
- (5) Cantwell, B. and Coles, D., J. Fluid Mech., 136(1983), 321-374
- (6) 加藤千幸, 高野靖, 飯田明由等, 日本機械学会論文集(B編), 60巻569号(1994-1)