

楕円錐模型周りの極超音速境界層遷移に関する擾乱成長過程の数値的考察

Numerical Consideration of Unstable Disturbances Growth Process on Hypersonic Boundary Layer Transition around Elliptic Cone

航空宇宙工学コース

航空エンジン超音速流研究室 1245033 青景 壮真

1. 緒言

近年、次世代の航空機として極超音速機の実用化を目指し世界各国で様々な研究開発が行われている。極超音速機の実用化が実現すると飛行時間の短縮を図ることが可能になると同時に高高度を高速で飛行するため、音速を超えて飛行する際に発生するソニックブームを低減することができる。一方で壁面近傍の境界層において乱流遷移が発生すると、機体表面での壁面加熱や摩擦抵抗が大幅に増える可能性がある。そのため機体を守る熱防御システム (Thermal Protection System : TPS) を施す必要がある⁽¹⁾。しかし TPS は機体重量を増加させる要因となり、なるべく最小限とする必要がある。極超音速機実現のためには、機体設計時にあらかじめ乱流遷移位置を把握し、正確な TPS 設計を行うことが極めて重要である。

極超音速機実現に向けた研究の一つに、Hypersonic International Flight Research and Experimentation (HIFiRE) プログラム⁽²⁾が各国の研究機関協力のもとで実施されている。極超音速流れの基本的なデータ収集を目的とした研究開発も行われており、例えば、極超音速風洞による流動計測が行われ、実機を用いたフライトテストも実現している⁽³⁾。その中で HIFiRE-5 では楕円錐形状の遷移現象に主眼を置き、T. J. Juliano と S. P. Schneider は極超音速風洞を用いて、楕円錐模型周りの壁面で温度上昇を計測する実験を行った⁽⁴⁾。実験より $Re = 11.8 \times 10^6$ [m] 主流の時には境界層の薄い先端部と長径側に加えて模型後方でもストリーク状の高い加熱率分布が生じた。これは乱流遷移したことが原因と考えられており、クロスフローの影響も考慮した遷移の詳しいメカニズムの解明に向け、より詳しい流れ場の数値解析が行われると同時に様々な条件で実験も行われている⁽⁵⁻⁷⁾。

一方、極超音速流れ場の安定性に関する理論研究も行われている。流体の不安定性解析法は多くあるが、Navier-Stokes 方程式に二次元平行流近似を施し、流体の安定性を記述する安定方程式 (Orr-Sommerfeld 方程式) に基づく擾乱の線形成長を解析する線形安定性解析が最も基本的で代表的な手法である。局所平行流近似を仮定した線形安定性理論

(Linear parallel Stability Theory : LST) やその近似を排除した線形放物型安定方程式 (Linear Parabolized Stability Equations : LPSE) などの解析手法がある⁽⁸⁾。これらは流れの安定性理論に即する解析手法で、擾乱の成長過程を追跡することができる。これまで HIFiRE-1 と呼ばれる円錐模型を対象とした極超音速風洞実験と同条件下における LST や LPSE が行われた⁽⁹⁻¹¹⁾。その結果、飛行実験によって得られた境界層遷移に関するデータベースを基に、様々な主流条件での擾乱の成長率を得た。その他に流れ場の中で最も不安定成長する周波数を持つ擾乱の特定にこれらの手法を用い、得られた不安定成長する擾乱と低周波数擾乱を干渉させ非線形干渉⁽¹²⁾を確認した。

一方で同様に HIFiRE-1 を対象とした全体安定性解析⁽¹³⁾も行われた⁽¹⁴⁾。この手法は 3 次元流れ場全体に微小擾乱を付加し時間発展させることから複雑な流れ場に対しても安定性解析を行うことができる。その結果、最大固有値に対する固有モードが境界層外縁付近や衝撃層において、実験的に観測された二次モード分布と類似した構造が得られた。

本研究では楕円錐模型 (HIFiRE-5) 周りの乱流遷移位置予測を目的とし、模型周りの流れ場に対して全体安定性解析を行い、擾乱成長の特徴を調べる。その後全体安定性解析にて特徴的な固有モード分布が得られた箇所を抽出し、LPSE を用いて⁽¹⁵⁾乱流遷移に繋がる擾乱成長過程を調査する。

2. 数値計算法

2.1 平均流の支配方程式

HIFiRE-5 の楕円錐模型周りの流れ場計算には 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial y} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

ここで Q は保存量ベクトル E , F , G は対流流束ベクトル, E_v , F_v , G_v は粘性流束ベクトルである。それぞれ、以下のように得られる。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ v\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

ここで、 ρ は密度、 u は速度の x 方向成分、 v は速度の y 方向成分、 w は速度の z 方向成分、 e は単位体積あたりの全エネルギー、 p は圧力を表し、理想気体の状態方程式、

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{(\rho u)^2 + (\rho v)^2 + (\rho w)^2}{2\rho} \right\}, \quad (7)$$

より求める。 γ は比熱比で $\gamma = 1.4$ の空気とした。また $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力、 \mathbf{q} は熱流束を示す。粘性応力 $\boldsymbol{\tau}$ と熱流束 \mathbf{q} は Stokes の定理と Fourier の法則を用いて、

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (8)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (9)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (10)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (12)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (13)$$

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}, \quad (14)$$

のように与えられる。ここで k は熱伝導係数、 T は温度を示す。支配方程式の離散化には有限体積法を用いて行い、数値流束には AUSM-DV⁽¹⁶⁾を用い、WENO 法⁽¹⁷⁾を用いて流束を再構築することで5次精度とした。時間積分には3次精度の TVD-Runge-Kutta 法⁽¹⁸⁾を用いた。

2.2 全体安定性解析の概要

全体安定性解析の流れを図 1 に示す。CFD と組み合わせることで流れ場全体に対して安定性解析を行う。与えた擾乱の時間発展に対する固有値問題に帰着させ、Arnoldi 法⁽¹⁹⁾に基づいて近似行列を算出し、得られた固有値から流れ場の安定性を判断する。また、固有ベクトルから流れ場に含まれるの最も不安定なモードを抽出した。

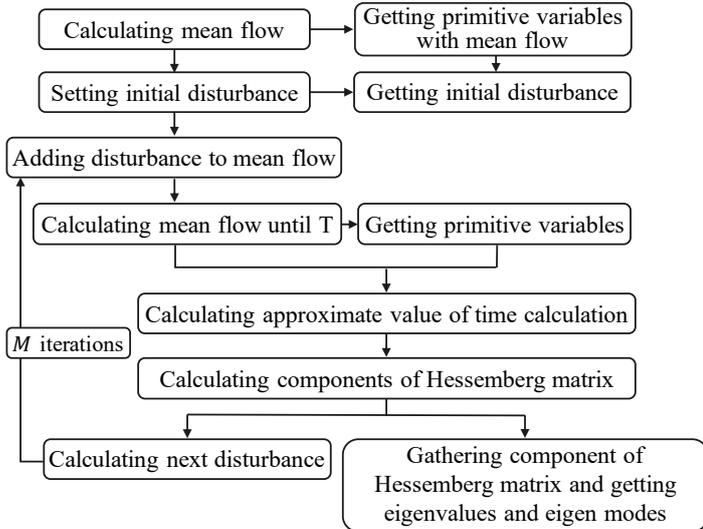


Fig. 1 Flowchart of global stability analysis

2.3 LPSE の安定方程式

一般に流体の安定性を調べるときに用いる安定方程式として、定常な 2 次元非圧縮粘性流れを仮定した、Orr-Sommerfeld 方程式を使う。しかし本研究では圧縮性と 3 次元性を無視することは困難なため、3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式から導出する安定方程式を用いた。3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式における各物理量 $\mathbf{q}(x, y, z, t) = (u, v, w, \rho, T)$ を、CFD 計算から得られた準定常解の基本量 $\bar{\mathbf{q}}$ 、微小擾乱部 \mathbf{q}' としたとき、

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}', \quad (15)$$

と分解することができる。次に準定常解の基本量 $\bar{\mathbf{q}}$ は自身で支配方程式を満たすとして差し引くことができ、2 次以上の微小項を線形近似することで次のような線形攪乱方程式を得られる。

$$\left(L_t \frac{\partial}{\partial t} + L_x \frac{\partial}{\partial x} + L_y \frac{\partial}{\partial y} + L_z \frac{\partial}{\partial z} + L_{xx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + L_{yy} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + L_{zz} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + L_{xy} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + L_{yz} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + L_{zx} \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \right) \mathbf{q}' = \mathbf{0}. \quad (16)$$

$L_t, L_x, L_y, L_z, L_{xx}, L_{yy}, L_{zz}, L_{xy}, L_{yz}, L_{zx}$ は 5×5 の係数行列であり、平均流における x と y の関数である。

LPSE 解析を行うために、計算開始位置で一度 LST を実行する必要がある。そこで、式(16)に局所平行流近似を施した安定方程式を得る。まず擾乱として、

$$\mathbf{q}'(x, y, z, t) = \tilde{\mathbf{q}}(y) e^{i(ax + \beta z - \omega t)} + c.c. \quad (17)$$

の形で表現されるノーマルモードを加える。ただし、 $\tilde{\mathbf{q}}$ は波の振幅関数、 a, β は x, z 方向の空間波数、 ω は波の周波数、 $c.c.$ は右辺第 1 項の複素共役を示す。一般に擾乱は時間的増幅と空間的増幅に分けることができる。本研究においては擾乱の空間的増幅について着目する。そのため、各方向の空間波数 a, β は実数とした。このとき x 方向擾乱の空間増幅率は $-\alpha_i$ と表現でき、流れ場の安定性について次のように分類することができる。

$$-\alpha_i = \begin{cases} > 0 & \text{不安定} \\ = 0 & \text{中立安定} \\ < 0 & \text{安定} \end{cases} \quad (18)$$

さらに擾乱の伝搬角度 $\bar{\psi}$ は、

$$\bar{\psi} = \tan^{-1} \left(\frac{\beta_r}{\alpha_r} \right), \quad (18)$$

で算出される。

最後に式(17)を式(16)代入すると、次式の LST の安定方程式が得られる。

$$\mathbf{A}\tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\frac{d\tilde{\mathbf{q}}}{dy} + \mathbf{C}\frac{d^2\tilde{\mathbf{q}}}{dy^2} = \mathbf{0}. \quad (19)$$

ここで係数行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は CFD で得られた平均流の結果と擾乱パラメータの a, β, ω で構成される。

計算開始位置における初期条件を式(19)から得たのち、抽出した二次元平面内で LPSE を行う。LPSE では式(16)に対して弱非平行流近似を施し安定方程式を得る。ここでは流れ場の非平行性と壁面曲率も考慮できる近似方法で、一般に

LPSEにおいて擾乱は次のような擾乱型を定義する.

$$q'(x, y, z, t) = \tilde{q}(x, y) e^{i(\int_{x_0}^x \alpha dx + \beta dz + \omega t)} \quad (20)$$

式(20)を式(16)に代入すると, 次式の LPSE の安定方程式が得られる.

$$A\tilde{q} + B\frac{\partial \tilde{q}}{\partial y} + C\frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial y^2} + D\frac{\partial \tilde{q}}{\partial x} = 0. \quad (21)$$

式(21)によって得られる擾乱の増幅率を式(18)に基づいて追っていくことで, 弱非平行流における擾乱の成長を解くことができる.

2.4 LPSE の概要

LPSEの流れを図2に示す. 全体安定性解析で不安定モード分布が得られた箇所の境界層の準定常解を, 壁面に垂直な2次元平面で抽出・LPSE 解析を行う. 計算開始位置($x = x_0$)における擾乱成長率が既知でなければならないが, LPSE 解析において擾乱成長率は主流方向 x_{flow} の関数となっている. そこで計算開始位置でLSTを式(19)に基づいて行い, 初期値として固有ベクトルと擾乱成長率を得る. この初期値と計算開始位置より1点下流の平均流の解から式(21)を解き, 固有ベクトルから擾乱成長率を算出する. ここまでの過程を計算終了位置 ($x = x_{end}$) まで繰り返す. 最後に計算開始位置から計算終了位置までの擾乱成長率を上流から積分することで擾乱の振幅増幅の度合いを見積もることができる.

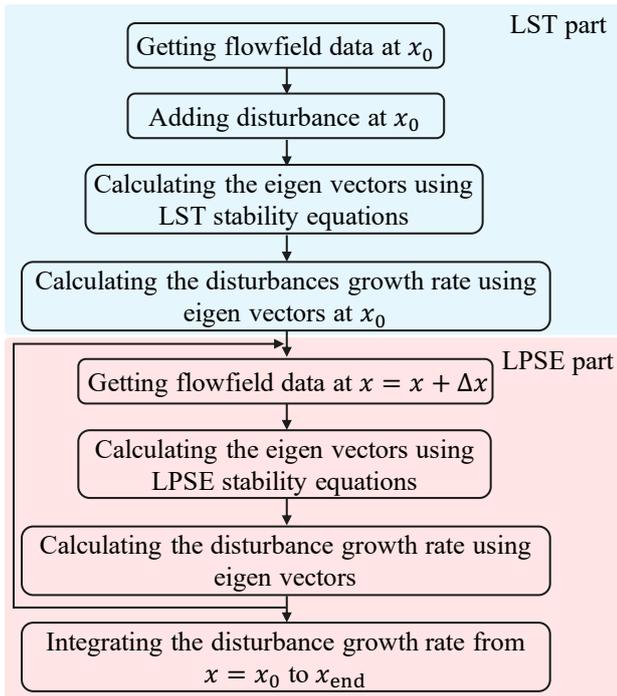


Fig. 2 Flowchart of LPSE

3. 平均流計算と全体安定性解析

3.1 計算格子

T. J. Juliano と S. P. Schneider の風洞実験に用いられた楕円錐模型の HIFiRE-5 に従う. 楕円錐模型周りの計算格子全体を図3に示す. 断面アスペクト比は 2:1 となり, 楕円錐底面の長軸半径が 82 [mm], 短軸半径が 41 [mm]である. 軸方向長さは 328 [mm]で, 先端は短径側で 0.95 [mm]の球状となっている. 本研究では迎角がない状態を考えるため, 計算対

象は模型の 1/4 部分とした. また計算格子にはあらかじめ計算した流れ場より衝撃波面位置をある程度特定し, 衝撃波付近で計算格子幅が小さくなるように作成した. 総格子点数は周方向に 257 点, 主流方向に 321 点, 壁面垂直方向に 257 点の構造格子を用いた. 最小格子幅 Δx_{min} は $\Delta x_{min} = 0.5 \times 10^{-3}$ [mm] とし, 境界層内には格子点数が最低 65 点存在するように作成した.

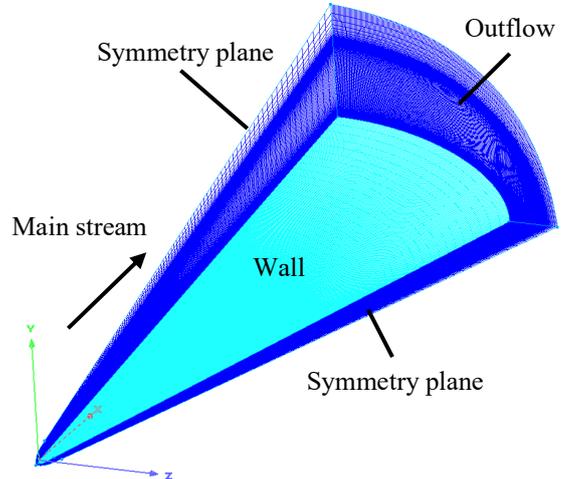


Fig. 3 Computational domain and Mesh around the elliptic cone

3.2 平均流, 全体安定性解析の計算条件

主流条件は風洞実験に用いられた値に従い表1に示す. 境界レイノルズ数よりやや高く乱流となる主流レイノルズ数を採用した. 理想気体を仮定し, 比熱比 $\gamma = 1.4$, プラントル数 $Pr = 0.72$ とした. 全体安定性解析における固有値計算の反復回数は 30 回で十分に収束していたため, Arnoldi 法による反復回数は 30 回とした. 擾乱の大きさは主流密度に対して約 1.0×10^{-6} 程度の大きさとし, 積分時間は流体が模型長さの約 40%を進む時間である, 0.15 [ms]として与えた.

Table 1 Freestream condition

$Re \times 10^6$ [m]	M [-]	U_∞ [m/s]	T_∞ [K]	T_{wall} [K]
11.8	6.0	869.7	52.3	300.0

3.3 平均流の計算結果

図4にCFDから得られた平均流のマッハ数分布と壁面熱流束分布を示す. 模型全体が衝撃波に覆われており, 衝撃層が形成されている. 模型前方では縦渦が形成され始めており, それらは境界層の外縁付近に定在した準定常解となっている. また図に壁面近傍の平均流の結果を示す. 境界層中程度位置を通過したストリームリボンと境界層外を通過した流線である. まず, 流線から境界層外の流れは物体形状に沿って流れ去っていくことが確認できる. 一方, ストリームリボンは流線とその線上での各々の位置における流速ベクトルの rot を合わせて表現したものである. リボンのねじれは渦度ベクトルのねじれに相当する. ストリームリボンを見ると模型先端部から流入した流体は境界層内で長径側から短径側へ曲がりながら後方へ向かうクロスフローとなっている.

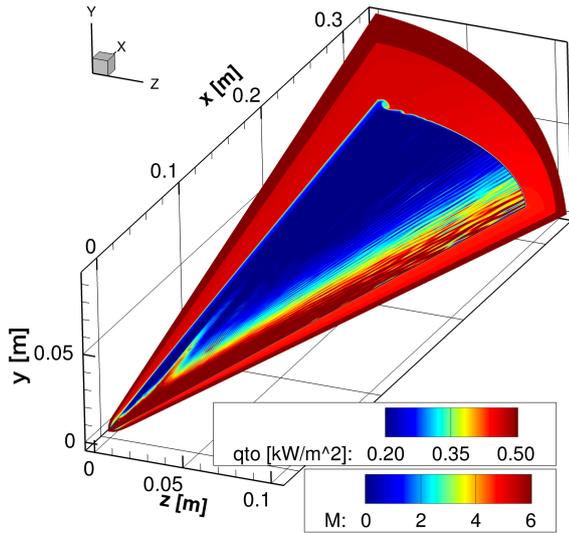


Fig. 4 Contour of Mach number and wall heat flux around elliptic cone

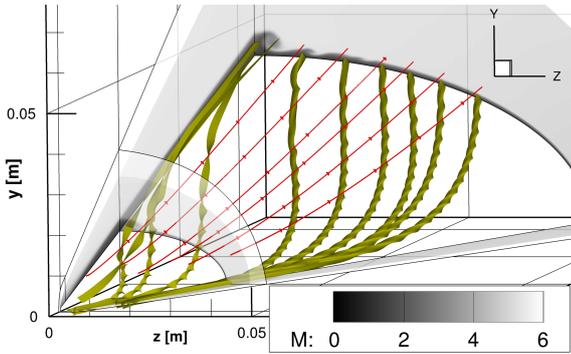


Fig. 5 Stream ribbons in boundary layer and streamlines above the boundary layer

3.4 全体安定性解析の計算結果

図 6 (a) に、境界層厚さ約 90%位置での最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布を示す。増幅率が正となった位置にて擾乱成長が伺える。また、(b) には T. J. Juliano と S. P. Schneider による壁面加熱率の計測結果を示した。まず、ストリーク形状分布については、双方とも類似した位置、形状となっていることがわかる。また T. J. Juliano らの実験では、上流から伸びるストリークが横軸 $x = 255$ [mm] 付近から乱れ始め、 $x = 275$ [mm] 付近にて崩壊し、以降、乱流へと遷移している。

ストリーク分布の乱れ始めの位置座標 $(x_t, z_t) = (255\text{mm}, 30\text{mm})$ を通過する流線をまず描き、その線上での温度擾乱の固有モード分布を抽出し、図 7 に示す。各曲線の違いは壁面からの距離であり、乱れ始め位置 (x_t, z_t) における境界層厚さ δ で測っている。開始点において境界層厚さ 40 - 70%位置を通過する際に、温度擾乱が増幅されていることがわかる。方や、壁面近傍から 30% δ までは流れが安定化し擾乱成長がなく、また 90 - 100% δ の境界層外縁でも擾乱成長がなかったため図示していない。

以上より粘性が支配的な壁面近傍から 30% δ では流れが安定化している。また、90 - 100% δ の境界層外縁でもクロスフローが弱まり、境界層外部の模型形状に沿う流れが優位

となり、擾乱成長が抑制されている可能性がある。境界層厚さ 40 - 70%位置ではクロスフローによる渦度変化に伴う散逸によって、温度擾乱の増幅へ影響を与えた可能性がある⁽²⁰⁾。一方で遷移が起きない低レイノルズ数主流条件の平均流結果に全体安定性解析を行った。解析結果より実験と同様にストリーク分布が弱まり安定化していることから、全体安定性解析は擾乱の線形成長段階のレイノルズ数による変化を十分に記述できる^(21,22)。

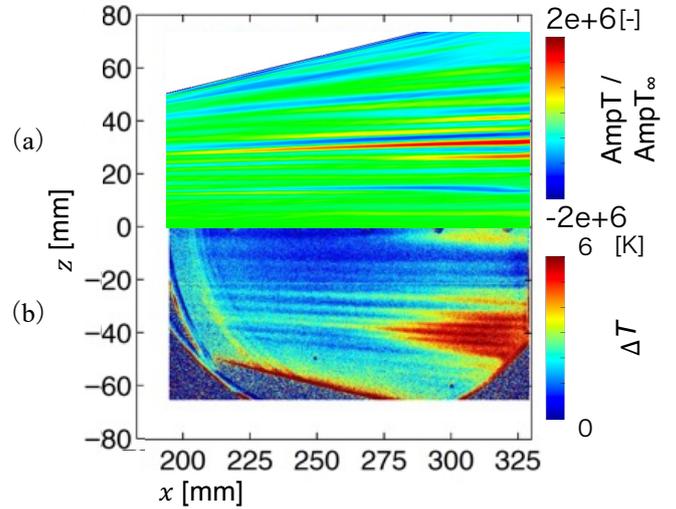


Fig. 6 (a) The eigen mode of temperature corresponding to the largest real eigenvalue at 90% of the boundary layer thickness
(b) Measurement of wall temperature rise by T. J. Juliano and S. P. Schneider

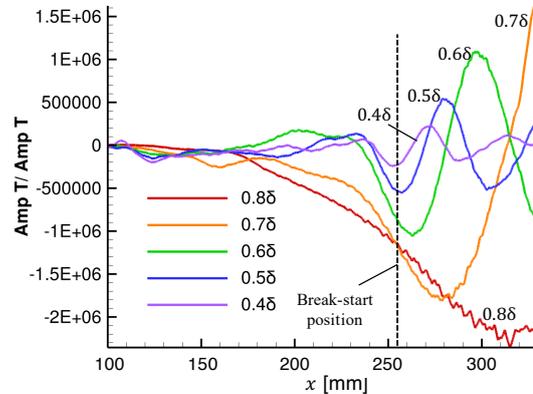


Fig. 7 The eigen mode of temperature corresponding to the largest real eigenvalue on the streamline passing through the break-start position

4. LPSE による安定性解析

前節では全体安定性解析による擾乱の増幅を最大固有値に対する温度擾乱の固有モードに着目して考察を行った。この全体安定性解析は流れ場全体に対して擾乱を付加し、擾乱の増幅を見るため、複雑な流れ場に対しても支配的な不安定な構造を空間的に抽出することができる。一方、擾乱成長に対する固有値問題を解き、固有モードを抽出する際に、Arnoldi 法による近似行列から近似固有値を得た。このことから、得られた結果の物理的解釈が困難であること

が課題として挙げられる．そこで全体安定性解析において最大固有値に対する擾乱の固有モード分布が増幅している箇所の平均流を二次元平面で抽出し，平面内で LPSE を適用して安定性解析を行う．

4.1 LPSE の計算領域

図 8 に全体安定性解析から得られた境界層内の最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布に関する結果と，乱れ開始位置 (x_t, z_t) を通過し，壁面に対して直交する断面内での流速分布を示す．また図 9 に LPSE 解析を行う境界層内の流速分布を示す．抽出断面から境界層境界層厚さ δ は主流速度 \bar{U} に対して， $0.99\bar{U}$ となる高さとした．また模型先端部を $x = 0$ [mm] としたとき，計算開始位置 x_0 は， $x_0 = 8.5$ [mm] とした．また，計算開始位置から主流方向へ 193 点抽出し LPSE 解析を行った．

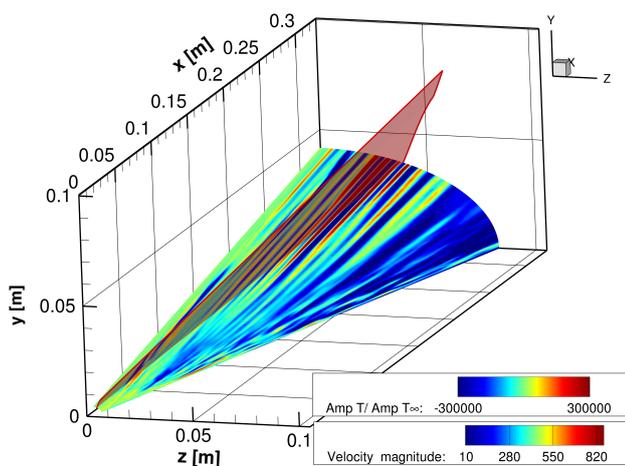


Fig. 8 Domain and location of LPSE analysis surface for amplification of the eigen mode of temperature corresponding to the largest real eigenvalue

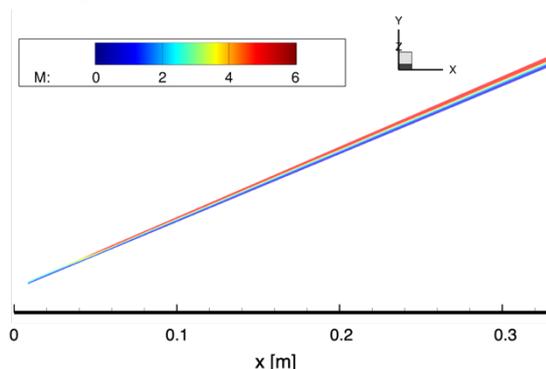


Fig. 9 Domain of LPSE analysis surface at the boundary layer (Change the aspect ratio)

4.2 Stationary crossflow 波を想定した初期擾乱に対する LPSE

境界層内における不安定性の一つに Crossflow 不安定性があり，大きく Stationary crossflow 波と Traveling crossflow 波の 2 つに分けることができる．Stationary crossflow 波は主に壁面粗さと主流内に含まれる乱れによって引き起こされ，Traveling crossflows よりも高周波帯で観測されることがわかっている．まず抽出した LPSE 解析断面において Stationary crossflow 波を想定した初期擾乱によって，擾乱の成長率を

調べた．本計算では擾乱は流線に沿って下流へ流れていくものとみなした．抽出断面に対して境界層中程度位置を流れる流線とのなす角は約 10 [deg] で，擾乱波も流線に沿って伝搬すると仮定し擾乱の伝搬角度を 10 [deg] と設定した．図 10 に擾乱成長率の積分値を示す．一般に Stationary crossflow の特性周波数は 200 – 350 [kHz] と計測されており⁽²³⁾，本解析でも約 310 [kHz] の周波数での擾乱の増幅が確認できた．擾乱が後流へ伝わるにつれ成長しているのが確認でき，ストリーク分布乱れ始め位置 $(x_t, z_t) = (255 \text{ mm}, 30 \text{ mm})$ に相当する位置では計算開始位置より大幅に増幅している．また，成長率の積分値がスパン方向への伝搬なしの時と比較し， $O[10^2]$ 程度大きくなっており，流線と同様の方向へ伝搬する Stationary crossflow 波の方が支配的である可能性が高いと考えられる．

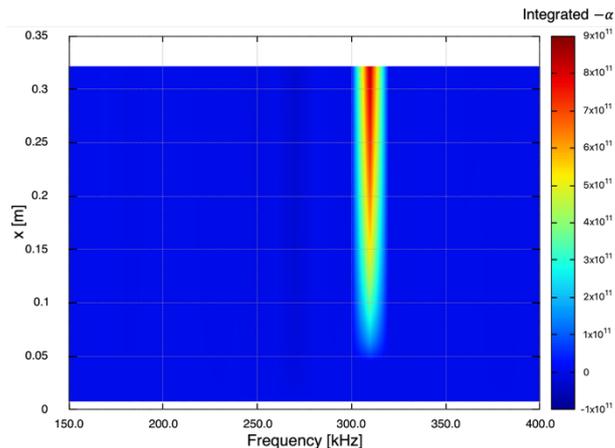


Fig. 10 Integrated amplification rate at each calculation point (Stationary crossflow waves : 10 [deg])

4.3 Traveling crossflow 波を想定した初期擾乱に対する LPSE

次に Traveling crossflows を想定した擾乱を付加し Crossflow 部における擾乱成長を調査する．Traveling crossflow 波は実際の飛行中に確認はされていないものの，風洞実験において境界層内で渦状の擾乱が生成されることで発生することが確認されており，これらの不安定性が境界層の乱流遷移の引き金になる⁽²⁴⁾との報告もある．この擾乱波の特性周波数は約 40 – 60 [kHz] といわれており⁽²⁵⁾，ここでは 30 – 70 [kHz] の範囲で LPSE 解析を行った．ストリーク分布乱れ始め位置 $(x_t, z_t) = (255 \text{ mm}, 30 \text{ mm})$ における境界層厚さ約 90% 位置の固有モード分布平面上の $x - z$ 平面内で，ストリークに対して直交する方向と抽出断面のなす角である 95 [deg] を擾乱の伝搬角度として導入した場合の擾乱成長率の積分値を図 11 に示す．約 57 [kHz] での成長が確認でき，下流にいくにつれ徐々に擾乱成長率が大きくなっていくことが確認できる．また流線方向に伝搬する場合や抽出断面に沿う方向への伝搬を想定した場合の中で最も成長率の積分値が大きな値となり支配的な擾乱波の一つである可能性が高い．また擾乱が主流と同じ速度で伝搬すると過程し，主流方向のみの擾乱伝搬を想定した LPSE 解析の結果，周波数と擾乱波の波長の関係から，境界層厚さ約 70% 位置で支配的である可能性が高いことが確認できた．

4.4 Mack 波を想定した初期擾乱に対する LPSE

極超音速境界層においては Mack の 2 次モードと呼ばれる数百 kHz ~ 数 MHz の不安定モードが支配的となっている．実験においても壁面近傍で縄状の構造が確認されている⁽²⁶⁾．またこのモードは高周波擾乱であり，境界層内で音波とし

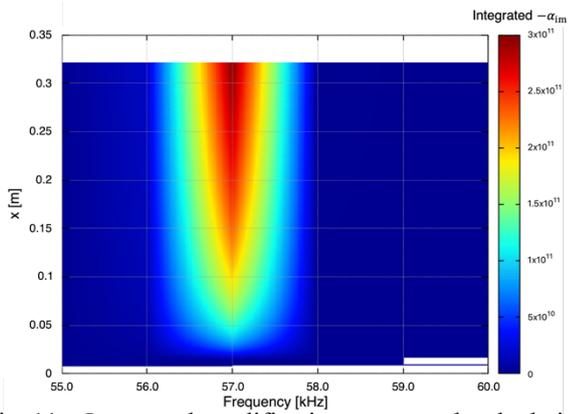


Fig. 11 Integrated amplification rate at each calculation point (Traveling crossflow waves : 95 [deg])

て伝搬することから、本計算では擾乱は抽出断面に沿って下流へ流れていくものとみなした。

図 12 に擾乱成長率の積分値を 100 [kHz] - 1 [MHz] の範囲で LPSE を行った結果を示す。約 710 - 920 [kHz] において成長率が大きい擾乱が頻りに現れていることが確認できる。特に約 850 [kHz] の初期擾乱を導入した場合が最も下流で増幅している。

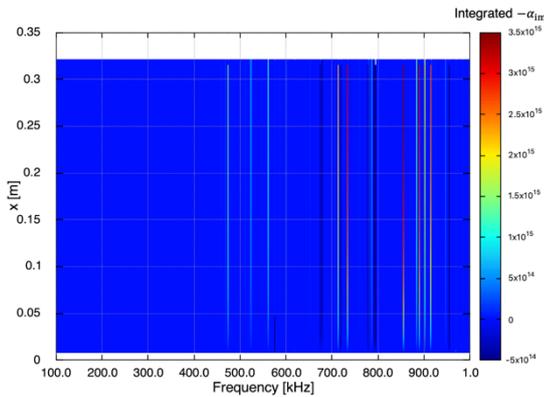


Fig. 12 Integrated amplification rate at each calculation point (Mack waves : 0 [deg])

4.5 境界層内の不安定擾乱と乱流遷移についての考察

図 13 にここまでの LPSE 解析結果の位置関係を模式図で示す。上流では Attachment line 側の $x = 37.6 - 53.7$ [mm] で T-S 波を想定した擾乱が大きく成長し不安定化した。不安定化した流体はクロスフローによる影響で Crossflow 部へと速度ベクトルを変えながら下流へ流れる。また下流に位置する Crossflow 部では境界層内での渦度が大きい。一般に渦度の大きい箇所を通過する際に、Traveling crossflow 波が発生する可能性が高い⁽²⁷⁾とされており、本解析でも同様の不安定波がストリーク分布に直交する方向へ伝搬する結果が得られた。以上より Crossflow 部で、不安定波である Traveling crossflow waves が境界層中程度位置で発生し、全体安定性解析の結果である各方向速度擾乱に対する固有モード分布値の増加に相当すると考えられる。そこへ上流から T-S 波や Stationary crossflow 波を内在している不安定化した流体が流入したり、音波の擾乱でもある Mach 波が境界層内で伝わり干渉すること^(28,29)で、乱れ開始位置における乱流遷移が開始し、乱流化によって衝撃層内の高温流体が直接壁面へ加熱を及ぼすことで温度擾乱に対する固有モード値も増幅した可能性が考えられる。

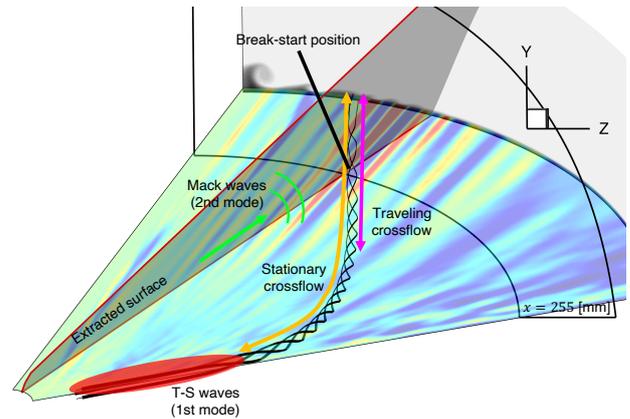


Fig. 13 模型周りにおける不安定波の位置関係

5. まとめ

本研究では極超音速流内における楕円錐模型周りの乱流遷移位置予測を目的とし、まず実験において乱流遷移した主流条件を用いて平均流の計算を行い、模型周りの流れ場を比較的良好な解像度で解くことができた。

次に平均流に対して全体安定性解析を行った。境界層厚さ約 90%位置での最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布は実験で得られたストリーク状の加熱率分布と同様の分布傾向となった。実験での乱れ開始位置において、境界層厚さ 40 - 70%を通過する流線上での最大固有値に対する温度擾乱に対する固有モード分布が線形成長段階の範囲内で増幅する傾向が得られた。

最後に実験においてストリーク分布が乱れ始める位置を乱れ開始位置として、この部分を通過する2次元断面を抽出し、この断面内の境界層で擾乱の挙動を記述する安定方程式を解き擾乱成長を追った。乱れ開始位置を通過する流線付近では、流れに沿って伝搬する Stationary crossflow 波やストリーク分布の法線方向に伝搬する Traveling crossflow 波、境界層内に広がる Mack 波の成長を確認した。これらの不安定波が干渉しあうことで模型周りの乱流遷移が開始し、実験においてストリーク状の加熱が広がった可能性があると考えられる。

参考文献

- (1) D. E. Glass, "Ceramic matrix composite (CMC) thermal protection systems (TPS) and hot structures for hypersonic vehicles," AIAA Paper 2008-2682, 2008.
- (2) D. J. Dolviert, "Hypersonic international flight research and experimentation (HIFiRE) fundamental sciences and technology development strategy," AIAA Paper 2008-2581, 2008.
- (3) D. E. Glass, D. P. Capriotti, T. Reimer and M. ütemeyer, "Testing of DLR C/CSiC for HIFiRE 8 scramjet Combustor," 7th European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures, 2014-3089, 2014.
- (4) T. J. Juliano and S. P. Schneider, "Instability and Transition on the HIFiRE-5 in a Mach-6 Quiet Tunnel," AIAA paper 2010-5004, 2010.
- (5) D. J. Dinzl and G. V. Candler, "Direct Numerical Simulation of Crossflow Instability Excited by Microscale Roughness on HIFiRE-5," 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2016-0353, 2016.
- (6) D. J. Dinzl and G. V. Candler, "Analysis of Crossflow Instability on HIFiRE-5 using Direct Numerical Simulation," AIAA Paper 2015-0279, 2015.
- (7) M. P. Borg and R. L. Kimmel, "Ground Test Measurements of Boundary-Layer Instabilities and Transition for HIFiRE-5 at Flight-Relevant Attitudes," 47th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 2017-3135, 2017.

- (8) T. Herbert, "Parabolized Stability Equations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 29, 1997, pp. 245-283.
- (9) F. Li, Choudhari. M, Chang. C, R. Kimmel, D. Adamczak and M. Smith, "Transition Analysis for the HIFiRE-1 Flight Experiment," AIAA Paper 2011-3414, 2011.
- (10) K. Itoh and H. Tanno, "Resonant growth of surface pressure fluctuation in hypersonic boundary layer in shock tunnel," AIAA Paper 2017-1462, 2017.
- (11) L. J. Melander, A. Knutson, J. D. Reinert and G. V. Candler, "Stability Analysis of HIFiRE 1 with Flight Wall Temperatures," AIAA Paper 2020-3026, 2020.
- (12) 宇田惟一朗, "極超音速境界層における非線形擾乱成長に関する数値的研究," 東北大学大学院修士学位論文, 2020.
- (13) V. Theofilis, "Advances in Global Linear Instability of Nonparallel and Three-Dimensional Flows," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, No. 4, 2003, pp. 249-315.
- (14) 松瀬裕二, "円錐形状周りにおける極超音速流れの全体安定性," 東北大学大学院修士学位論文, 2016.
- (15) 井手優紀, "超音速 3 次元境界層の遷移予測法の高精度化に関する研究," 東京大学大学院, 博士論文, 2016.
- (16) Y. Wada and M. S. Liou, "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities," AIAA Paper 1994-0083, 1994.
- (17) X. D. Liu, S. Osher and T. Chen, "Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 115, 1994, pp. 200-212.
- (18) S. Gottlieb and C. W. Shu, "Total Variation Diminishing Runge- Kutta Schemes," ICASE Report No. 96-50, 1996.
- (19) W. E. Arnoldi, "The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem," *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 9, No. 1, 1951, pp. 17-29.
- (20) 青景壮真, 荻野要介, "極超音速流内における楕円錐模型周りの擾乱成長過程の調査," 第 28 回日本流体力学会中四国・九州支部講演会講演論文集, 日本流体学会, 2021, pp. 1-3.
- (21) 青景壮真, 荻野要介, "全体安定性解析を用いた極超音速流における擾乱成長過程の調査," 第 64 回宇宙科学技術連合講演会講演論文集, 日本航空宇宙学会, JSASS-1010-4631, 2020, pp 1-6.
- (22) S. Aokage, Y. Ogino, "Investigation of Unstable Disturbances in a Hypersonic Boundary Layer around Elliptic Cone by Global Stability Analysis," 18th International Conference on Flow Dynamics Proceedings, 2021, pp. 128-130.
- (23) J. B. Edelman and S. P. Schneider, "Secondary Instabilities of Hypersonic Stationary Crossflow Waves," AIAA Journal, Vol. 56, 2018-2514, 2018.
- (24) H. Deyhle and H. Bippes, "disturbance Growth in an Unstable Three-Dimensional Boundary Layer and Its Dependence on Environmental Conditions," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 316, 1996, pp. 73-113.
- (25) M. P. Borg and R. L. Kimmel, "Traveling Crossflow Instability for the HIFiRE-5 Elliptic Cone," AIAA Journal, Vol. 52, 2015-2514, 2015.
- (26) S. J. Laurence et al., "Visualization of a hypersonic boundary-layer transition on a slender cone," AIAA Paper 2014-3110, 2014.
- (27) H. Bippes, "Basic Experiments on Transition in Three-Dimensional boundary Layers Dominated by Crossflow Instability," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, No. 4, 1999, pp. 363-412.
- (28) Y. C. Kim and E. J. Powers, "Digital bispectral analysis and its applications to nonlinear wave interactions," *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 7, 1979, pp. 120-131.
- (29) R. L. Kimmel and J. M. Kendall, "Nonlinear disturbances in a hypersonic laminar boundary layer," AIAA Paper 1991-0320, 1991.