

# スラリーアイスの攪拌における氷粒子挙動計算

## Calculation of ice particles behavior in mixing slurry ice

知能機械工学コース

ものづくり先端技術研究室 1255012 末吉 圭太

### 1. 緒論

近年、海外市場における日本産水産物の需要は、寿司などの魚介類の生食文化が世界に浸透し始めたことにより増加傾向にある。そこで、生鮮魚介類の世界的物流に向け、スラリーアイスを用いた魚介類の冷却保存が期待されている。

スラリーアイスは、水溶液から微細な氷粒子を晶析させた懸濁状の液体である。スラリーアイスに含有する氷粒子は、融解しやすい性質を活かして魚介類を急速に冷却できる反面、生鮮魚介類の流通量が制限されてしまうといった課題がある。そのため、日本産水産物の流通量拡大に向け、氷粒子の含有率が高いスラリーアイスのニーズが高まっている。

現在のスラリーアイス生成装置では、装置内の氷粒子が一定割合以上になると氷粒子の凝集が発生して製氷が困難となる。したがって、氷粒子の凝集を抑制できる装置の内部構造を検討する必要がある。本研究では、スラリーアイスの攪拌状態における数値解析手法の確立を目的としている。本研究を達成することで、装置内全体の氷粒子分布を定量化でき、適切な内部構造の検討が行える。

### 2. Euler-Euler 法を用いた数値解析

#### 2.1 目的

氷粒子の凝集が発生する原因は、スラリーアイスに含有する氷粒子と水溶液の相互作用であることが分かっている。そこで、相互作用の計算に対応している OpenFOAM の Euler-Euler 法を用いてスラリーアイスの流動現象を計算し、実験<sup>(1)</sup>との比較から Euler-Euler 法の適性を評価した。

#### 2.2 支配方程式

Euler-Euler 法は、流体相と分散相の両方に保存則を導き、連成することで混相流を扱うモデルである。このモデルは、流体・分散相が異なる速度を持ち、各相間の相互作用を厳密に計算することができる。本計算では、流体相を水、分散相を氷粒子とし、流体力学的近似として熱的平衡状態・非圧縮性流体を仮定した。また、OpenFOAM において回転を伴う流れの計算は、静止領域と回転領域に分けて計算される。そのため、どちらの領域も連続の式および運動方程式は、

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \vec{v}_k) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial (\alpha_k \vec{v}_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \vec{v}_k \otimes \vec{v}_k) = -\frac{\alpha_k}{\rho_k} \nabla P + \nabla \cdot (\alpha_k \vec{\tau}_k) + \alpha_k \vec{g} + \frac{\vec{F}_{ik}}{\rho_k} \quad (2.2)$$

である。静止領域において、 $\nabla (= \nabla_x)$ 、 $\vec{v}_k$ 、 $\vec{\tau}_k (= \vec{\tau}_{x,k})$  は、

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}_z \quad (2.3)$$

$$\vec{v}_k = u_k \vec{i}_x + v_k \vec{j}_y + w_k \vec{k}_z \quad (2.4)$$

$$\vec{\tau}_{x,k} = \nu_k \{ \nabla_x \vec{v}_k + (\nabla_x \vec{v}_k)^T \} - \frac{2}{3} \nu_k (\nabla_x \cdot \vec{v}_k) \vec{\delta} \quad (2.5)$$

となる。回転領域において、 $\nabla (= \nabla_r)$ 、 $\vec{v}_k$ 、 $\vec{\tau}_k (= \vec{\tau}_{r,k})$  は、

$$\nabla_r = \frac{\partial}{\partial r} \vec{l}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{l}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}_z \quad (2.6)$$

$$\vec{v}_k = \vec{v}_{r,k} + \vec{v}_r \times (\omega \vec{a}) \quad (2.7)$$

$$\vec{v}_{r,k} = u_{r,k} \vec{l}_r + v_{\theta,k} \vec{l}_\theta + w_{z,k} \vec{k}_z \quad (2.8)$$

$$\vec{\tau}_{r,k} = \nu_k \{ \nabla_r \vec{v}_k + (\nabla_r \vec{v}_k)^T \} - \frac{2}{3} \nu_k (\nabla_r \cdot \vec{v}_k) \vec{\delta} \quad (2.9)$$

とする。ここで、添え字  $k = l, p$  は水および氷粒子であり、 $\vec{\tau}_{r,k}$  はベクトル、 $\vec{\tau}_{x,k}$  はテンソルを表している。

$t$ [s]	: 時間	$\vec{i}_x, \vec{j}_y, \vec{k}_z$	: 基底 (直交座標系)
$(x, y, z)$	: 直交座標	$\vec{l}_r, \vec{l}_\theta, \vec{k}_z$	: 基底 (円筒座標系)
$(r, \theta, z)$	: 円筒座標	$\vec{v}_k$ [m/s]	: 速度 (直交座標系)
$\rho_k$ [kg/m <sup>3</sup> ]	: 密度	$\vec{v}_{r,k}$ [m/s]	: 速度 (円筒座標系)
$\nu_k$ [m <sup>2</sup> /s]	: 動粘性係数	$\vec{\tau}_{x,k}$ [Pa]	: 粘性応力 (直交座標系)
$\alpha_k$	: 体積分率	$\vec{\tau}_{r,k}$ [Pa]	: 粘性応力 (円筒座標系)
$P$ [Pa]	: 圧力	$\vec{\delta}$	: クロネッカーのデルタ
$\vec{F}_{ik}$ [Pa/m]	: 相互作用力	$\omega$ [rad/s]	: 角速度
$\vec{g}$ [m/s <sup>2</sup> ]	: 重力加速度	$\vec{a}$	: 回転軸ベクトル

式(2.2)の右辺第4項を相互作用項といい、物質の流動性によって選択する相互作用モデルが変わる。スラリーアイスの流動様式は、粒子・流体の相対速度、氷充填率(以下、*IPF*: *Ice Packing Factor*)や粒子径の因子によって変化する。本計算では、これら因子が導入された GidaspowErgunWenYu モデルを選択した。相互作用力は、

$$\vec{F}_{ik} = \beta (\vec{v}_i - \vec{v}_p) \quad (2.10)$$

となり、Gidaspow の式  $\beta$  は  $\beta_{Ergun}$  と  $\beta_{WenYu}$  に分けられる。 $\alpha_p \geq 0.2$  のときは式(2.11)を用い、 $\alpha_p < 0.2$  のときは式(2.12)~(2.14)を用いる。

$$\beta_{Ergun} = 150 \frac{\alpha_p (1 - \alpha_l) \mu_l}{\alpha_l d_p^2} + 1.75 \frac{\rho_l \alpha_p}{d_p} |\vec{v}_p - \vec{v}_l| \quad (2.11)$$

$$\beta_{WenYu} = \frac{3}{4} C_p \frac{\alpha_p \alpha_l \rho_l}{d_p} |\vec{v}_p - \vec{v}_l| \alpha_l^{-2.65} \quad (2.12)$$

$$C_p = \begin{cases} \frac{24}{\alpha_l Re_p} \left[ 1 + 0.15 (\alpha_l Re_p)^{0.687} \right], & Re_p < 1000 \\ 0.44, & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$Re_p = \frac{\alpha_l \rho_l d_p}{\mu_l} |\vec{v}_p - \vec{v}_l| \quad (2.14)$$

$\mu_l$ [Pa·s] : 粘性係数  $C_p$  : 抗力係数  
 $d_p$ [m] : 粒子径  $Re_p$  : 相対レイノルズ数

ここで、式(2.11)~(2.14)は粒子が流体に及ぼすモデルを示す。本計算では、流体が粒子に及ぼす相互作用力もこのモデルを用いた。そのため、各式の添え字  $l, p$  が逆になる。また、式(2.10)~(2.14)についても静止・回転領域に分けて計算される。回転座標系では、 $\vec{v}_k = \vec{v}_{r,k} + \Omega \times r$  となる。

#### 2.3 3次元ジオメトリ

前田<sup>(1)</sup>は、導電率計を用いて局所的な *IPF* の計測を行った。本計算では、同様の実験装置を SOLIDWORKS で作成した。その見取り図を図1に示す。ここで、翼を囲む赤い円柱が回転領域であり、それ以外が静止領域である。その後、CAD データを Ansys へ転送しメッシュを生成した。

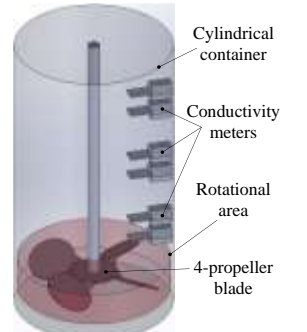


Fig. 1 3D geometry

最後に、メッシュファイルを OpenFOAM に入力した。

## 2.4 計算条件

水・氷の密度および粘性係数は、非圧縮性流体を仮定しているため一定値とした。各物性値を表 1 に示す。氷の粒子径は  $d_p = 0.1\text{mm}$  とし、水の粒子径は  $d_l = 0.01\text{mm}$  とした。また、回転領域では式(2.2)の左辺にコリオリ力項を追加することで回転を再現することができ、

	Water	Ice
$\rho_k$	999.78	917.09
$\mu_k$	$1.791 \times 10^{-3}$	$1.72 \times 10^{-5}$

$$\text{式(2.2)の左辺} = \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \vec{v}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \vec{v}_k \otimes \vec{v}_k) - (\omega \vec{a}) \times \vec{v}_k \quad (2.15)$$

となる。前田は、4 枚プロペラ翼を回転数 800rpm で時計回りに回転させた。これを角速度に変換すると  $\omega = 83.78\text{rad/s}$  となり、回転軸ベクトルを  $\vec{a} = [0\ 0\ -1]$  とした。重力加速度は  $\vec{g} = [0\ 0\ -9.81]$  である。

## 2.5 境界・初期条件

境界条件は、壁面において水および氷粒子の速度を  $\vec{v}_k = 0\text{m/s}$ 、体積分率を  $\nabla \alpha_k = 0$  とした。初期条件は、静止・回転領域内において氷粒子が均一に分散かつ静止している状態を仮定した。このとき、IPF は実験<sup>(3)</sup>と同様で 27wt% とした。

## 2.6 計算結果と実験結果の比較

円筒容器の高さにおける計算値と計測値の比較を図 2 に示す。両者の絶対誤差は、下部で 0.02~0.62wt%、中部で 1.26~1.70wt%

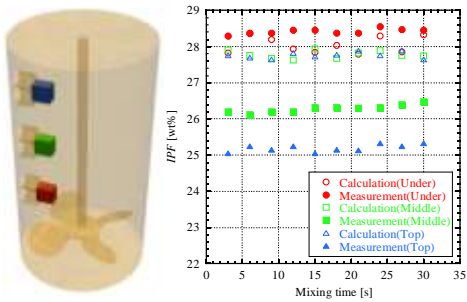


Fig. 2 Comparison of calculated and measured values

## 2.7 計算結果と考察

本計算と実験の IPF は、下部ほど高く、中部、上部の順で低下しており、両者が同様の傾向を示した。その要因としては、円筒容器の上部と下部で流動状態が異なるからだ

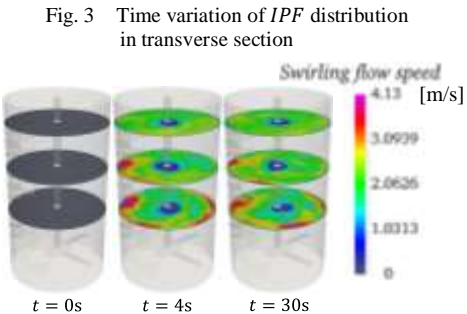


Fig. 3 Time variation of IPF distribution in transverse section

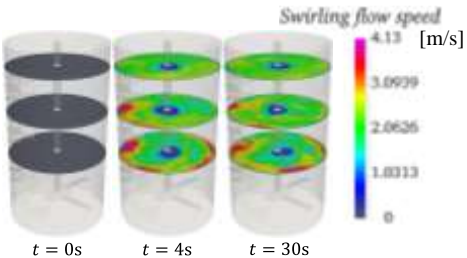


Fig. 4 Time variation of speed distribution in transverse section

では、円周方向における分布が両者とも均一であり、時間変

化もなかった。それに対して、下部では円周方向における分布が両者とも不均一であり、時間経過とともに変動していた。また、下部は上部に比べて旋回流の減少率が約 6.2%であった。それに対して、上下流の減少率は約 61.9%と極端に速度が低下していた。

このことから、上部では氷粒子が剛体運動していたと考えられる。剛体運動する流体および粒子は、向心力と遠心力が釣り合っている。しかし、両者には密度差があるため、水の遠心力が大きくなる。そのため、密度の小さい氷粒子が回転軸周りに多く分布したと推測される。また、下部では上部に比べて上下流の支配因子が大きいことから、密度差により水と氷粒子が上部ほど分離されず、半径方向における IPF 差が生じなかったと推測される。以上より、上部と下部でスラリーアイスの流動様式が異なることから、高さ方向に IPF 差が生じたと考えられる。

下部から上部にかけて計算値と計測値の差が大きくなった要因について考える。円筒容器の上部では、氷粒子が剛体運動していたことから密度、つまり氷粒子の大きさによって半径方向の IPF 分布が変化すると考えられる。スラリーアイスに含有する氷粒子は均一径ではなく、粒子径に偏りがある。このことから、粒度分布を計算に組み込むことで流動現象をより厳密に再現することができると考えられる。

## 3. MPPIC 法を用いた数値解析

### 3.1 目的

粒度分布を組み込むことができる OpenFOAM の MPPIC (Multiphase particle-in-cell)法を用いてスラリーアイスの流動現象を計算し、実験<sup>(1)</sup>との比較から MPPIC 法の適性を評価した。

### 3.2 支配方程式

MPPIC 法は、流体相と分散相を別々の方法で計算するモデルである。流体相は、Euler-Euler 法と同様で連続体として扱う。それに対して、分散相は有限個の固体粒子として明示的に扱う。また、本計算においても流体相を水、分散相を氷粒子とし、熱的平衡状態・非圧縮性流体を仮定した。さらに、静止領域と回転領域に分けて計算する。まず、流体相の連続の式および運動方程式は、式(2.1)~(2.9)と同様である。次に、分散相の支配方程式は静止・回転領域ともに、

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_p \vec{v}_p) + \nabla \vec{v}_p \cdot (\phi_p \vec{A}_p) = 0 \quad (3.1)$$

となる。静止領域において  $\nabla (= \nabla_x)$ 、 $\vec{v}_p$  は、式(2.3)、(2.4)とし、回転領域において  $\nabla (= \nabla_r)$ 、 $\vec{v}_p$  は式(2.6)~(2.8)とする。粒子の物理量  $\alpha_p$ 、 $\bar{\rho}_p$  および  $\vec{v}_p$  は、確率密度関数を用いて積分すると、

$$\alpha_p = \iiint \phi_p \Omega_p d\Omega_p d\rho_p d\vec{v}_p \quad (3.2)$$

$$\bar{\rho}_p = \iiint \phi_p \Omega_p \rho_p d\Omega_p d\rho_p d\vec{v}_p \quad (3.3)$$

$$\vec{v}_p = \frac{1}{\bar{\rho}_p} \iiint \phi_p \Omega_p \rho_p \vec{v}_p d\Omega_p d\rho_p d\vec{v}_p \quad (3.4)$$

となる。分散相の運動は、式(3.5)の粒子加速度  $\vec{A}_p$  を通じて流体相へ連成される。

$$\vec{A}_p = \beta(\vec{v}_l - \vec{v}_p) - \frac{1}{\rho_p} \nabla P_l + \vec{g} - \frac{1}{\alpha_p \rho_p} \nabla \gamma \quad (3.5)$$

右辺第 4 項の粒子応力  $\gamma$  は粒子充填の関数を用いて表すと、

$$\gamma = \frac{P_s \alpha_p^\epsilon}{\max[\alpha_{cp} - \alpha_p, \epsilon(1 - \alpha_p)]} \quad (3.6)$$

となる。また、流体相の運動は、式(3.7)の相互作用力  $\vec{F}_l$  を通じて粒子相へ連成される。

$$\vec{F}_l = \iiint \phi_p \Omega_p \rho_p \left[ \beta(\vec{v}_l - \vec{v}_p) - \frac{1}{\rho_p} \nabla P_l \right] d\Omega_p d\rho_p d\vec{v}_p \quad (3.7)$$

$\phi_p$  : 確率密度関数  $\gamma[\text{Pa}]$  : 粒子間応力

$\bar{A}_p$ [m/s<sup>2</sup>] : 粒子加速度       $P_3$ [Pa] : 圧力定数  
 $\Omega_p$ [m<sup>3</sup>] : 粒子体積       $\varepsilon, \epsilon$  : モデル定数  
 $\bar{\rho}_p$ [kg/m<sup>3</sup>] : 粒子平均密度       $\alpha_{cp}$  : 粒子の充填限界  
 $\bar{v}_p$ [m/s] : 粒子平均速度

MPPIC法は、式(3.5), (3.7)の右辺第1項より相互作用を計算する。本計算では、前章と同様に GidaspowErgunWenYu モデルを選択した。また、粒子が流体に、流体が粒子に及ぼす相互作用力は、Euler-Euler法のように式(2.11)~(2.14)の添え字が逆にならず、両者とも同様の式を用いる。しかし、粒子が流体に及ぼす相互作用力はこれらを式(3.5)に、流体が粒子に及ぼす相互作用力はこれらを式(3.7)に代入して求める。

### 3.3 3次元ジオメトリ

実験装置の3次元ジオメトリは、前章と同様のものを用いた。その見取り図を図5に示す。ここで、赤い円柱が回転領域であり、それ以外が静止領域である。また、青い直方体は粒子領域である。その後、CADデータをAnsysへ転送しメッシュを生成した。最後に、メッシュファイルをOpenFOAMに入力した。

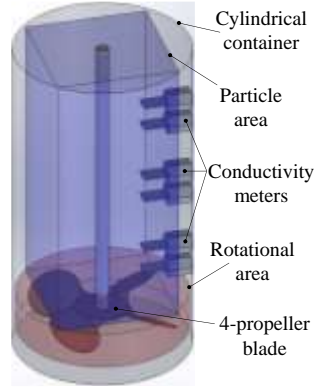


Fig. 5 3D geometry

### 3.4 粒度分布と粒子配置

MPPIC法は、確率密度関数 $\phi_p$ を用いて粒度分布を計算に組み込むことができる。本計算では、清武<sup>(2)</sup>がスラリーアイスを用いて測定した体積基準の粒度分布を採用した。MPPIC法では、粒子を有限個の固体粒子として扱う。そのため、得られた粒度分布より $IPF = 27.0\text{wt}\%$ のスラリーアイスに含有する粒子数を算出し、計算に組み込んだ。その結果を表2に示す。本計算では、粒子数が膨大であることから全粒子の挙動を計算できなかった。そこで、3つの粒子を1つの粒子と仮定することで全粒子数を1/3に削減した。この手法は、 $IPF$ を変えずに全粒子の挙動を近似的に計算できる。そして、全粒子はPythonを用いて体心立方格子状に配置させた。

Table 2 Particle size and number of particles

$d_p$	Number of particles
0.235	1753701
0.279	2086261
0.330	2142392
0.391	1914063
0.462	1528189
0.547	1067696
0.648	653718
0.767	338723
0.908	142951
1.075	21844

### 3.5 計算条件

水・氷の物性値は前章と同様の数値を用いた。また、氷粒子は均一径ではなく、表2の粒子径を用いた。そして、角速度、回転軸ベクトルおよび重力加速度も前章と同様とした。

### 3.6 境界・初期条件

境界条件は、前章と同様とした。初期条件として氷粒子は、図5に示す粒子領域内のみ分布し、静止している状態を仮定した。粒子領域内の $IPF$ は、体心立方格子の最大充填率に近い63wt%程度であるが全領域で平均すると27wt%となる。

### 3.7 計算結果と実験結果の比較

円筒容器の高さにおける計算値と実験値の比較を図6に示す。両者の絶対誤差は、下部で0.37~3.42wt%、中部で0.82~4.00wt%、上部で4.17~7.23wt%となり、いずれの高さにおいても導電率計の計測範囲外の結果が得られた。

### 3.8 計算結果と考察

MPPIC法は、Euler-Euler法に比べて流動現象をより厳密に再現できると考えたが、計算値と計測値の差が大きくなった。数値解析法における円筒容器上部の旋回流の方向を図7に示す。Euler-Euler法では、時計回りに氷粒子が旋回していた。しかし、MPPIC法では攪拌状態にも関わらず、不規則に流動していた。このような非物理的な流動現象になった原因として、負の体積分率が関与していると考えられる。本計算において式(3.6)の $\alpha_{cp}$ は、六方最密充填構造の充填率 $\alpha_{cp} = 0.74$ とした。 $\alpha_p$ は反復計算するたびに得られ、その最大値は $\alpha_p = 0.9$ となった。その結果、 $\alpha_{cp} - \alpha_p = -0.16$ となり、負の体積分率が得られた。これは、速度の計算に悪影響を及ぼす可能性があると報告されている<sup>(3)</sup>。それにより、計算値と計測値に大きな誤差が生じたと推測される。また、負の体積分率はレイノルズ数が高い場合など、動的な条件下で顕著に発生すると報告されている<sup>(3)</sup>。その対策として、粒子よりメッシュセルを大きくする、つまりメッシュセル数を減らすことが考えられる。本計算においてメッシュセル数は、382876個であるのに対して、Euler-Euler法では609003個と約1.5倍も多い。このことから、メッシュセル数をさらに減らすことで両者の誤差が縮まる可能性は低いと考えられる。

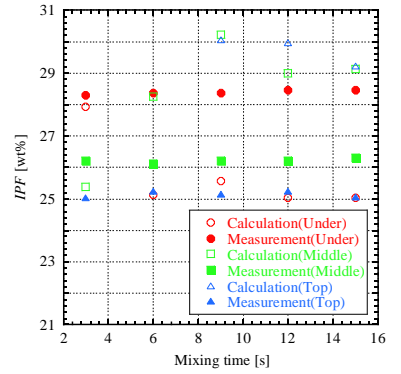


Fig. 6 Comparison of calculated and measured values

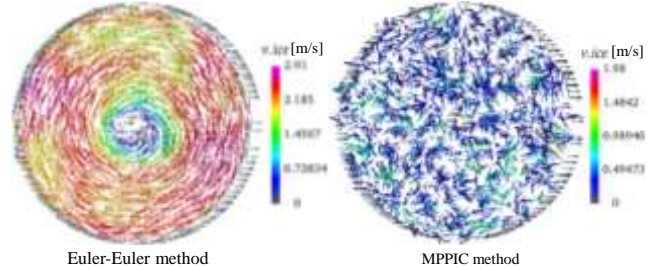


Fig. 7 Direction of swirling flow velocity

## 4. 結論

スラリーアイスの攪拌状態における数値解析モデルを確立するため、2つの数値解析手法を用い、実験との比較からそれらの適性を評価した。Euler-Euler法では、円筒容器の上部において導電率計の計測範囲外の結果が得られたものの、氷粒子分布は同様の傾向を示した。そして、流動現象をより厳密に再現するためMPPIC法を用いたが、非物理的な流動現象が得られた。このことから、スラリーアイスの流動現象は複雑であり、既存の数値解析法を用いて氷粒子の挙動を厳密に再現するのは困難であると考えられる。しかし、本研究において氷粒子分布の傾向は掴めたことから、装置構造の検討方法の1つとして活用できる可能性がある。

## 参考文献

- (1)前田真也。“攪拌によるスラリーアイス内氷粒子分布の実験的検証”。2021-02-22. pp.14-15
- (2)清武昭平。“製氷能力一定の条件下における粘度と氷粒子径の関係”。2023-3-3. pp.31-35
- (3)D.M.Snider, P.J.O'Rourke, M.J.Andrews. “An Incompressible Two-Dimensional Multiphase Particle-In-Cell Model for Dense Particle Flows”. 1997. pp.31-32.