差分格子ボルツマン法による空力音響解析と航空機開発のための騒音予測

Computational Aeroacoustics Analysis by Finite Difference Lattice Boltzmann Method and Noise Prediction for Aircraft Design

知能機械工学コース

航空エンジン超音速流研究室　1265007　久保田　佑弥

1.　緒言

航空機における騒音とはジェット噴流由来のエンジン騒音と脚やフラップまわりから発生する機体騒音に大別される．航空機の着陸時には，機体表面の境界層乱れや後流への渦流出により発生する機体騒音が支配的になることが計測により示されており[1]，国際民間航空機関(International Civil Aviation Organization : ICAO)により定められる騒音の規制値も年々強化されているため[2]，航空機の低騒音化が求められている．

空力音響学(Computational Aeroacoustics : CAA) による流体騒音の予測計算において，圧縮性 Navier-Stokes 方程式(N-S 方程式)を流れ場や音源に対してモデル化を用いずに解く直接計算法(Direct Numerical Simulation : DNS)は，流体騒音を精度良く予測する事ができる．しかし，非定常かつ微小な渦を考慮するため，格子幅や時間刻み幅を非常に細かくする必要があり，膨大な計算コストを要する[3]．一方，非定常な流れから生じる音の発生と伝播を分離して解く分離解法[4],[5]は，DNS と比較して計算コストの大幅な削減には成功している[6]ものの，流体計算と音の生成・伝播にそれぞれモデル化を施すため，その妥当性の検討が必要である[7]．また，音の伝播計算では時間刻み幅の制約が厳しく，計算時間が長大となってしまう[8]．そのため，航空機開発に資する予測ツールとするためには更なる計算コストの削減が求められる．

格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Method : LBM)は，速度分布関数の時間発展方程式のみを解くことで流体の巨視的変数を求めることができる．また，LBM は非圧縮性流体の計算で Poisson 方程式を繰り返し計算して圧力分布を求める必要もないため，計算コストが従来法と比べて少ない．並列計算にも適しており[9],[10]，近年では LBM の大規模計算に GPU(Graphics Processing Unit)並列化を活用した都市部 10km 内の気流シミュレーション[9]などの研究が行われている．また，1 時間ステップの間に隣接する格子点に粒子が必ず移動する完全移流型で，移流における数値誤差はない．しかし，粘性率μが緩和時間係数τのオーダーとなる．τはτ >1/2 という条件があり，1/2 近傍になると数値不安定となるため，高レイノルズ数の計算を行う場合，時間刻み幅を非常に小さく設定する必要があり，時間を要してしまう[11]．

そこで，Boltzmann 方程式を従来の差分法を用いて解き，負の粘性項を追加することで，高レイノルズ数流れの計算でも時間刻み幅の制限を緩和することができる差分格子ボルツマン法(Finite Difference Lattice Boltzmann Method : FDLBM)が提案された[12]．FDLBM は形状適合格子を用いるため，境界誤差を減らすことが可能である．そこで本研究は，計算コストの少ないFDLBMを用いて機体騒音が支配的となる着陸時における流れを計算対象とする空力音響計算コードの開発を目的とする．

2.　数値計算法と問題設定

2.1 基礎方程式

FDLBM は，分子気体力学における Boltzmann 方程式を速度空間で離散近似して得られる離散化 BGK 方程式に負の粘性項を追加した次式を用いて粒子の存在割合を表す速度分布関数f_iの時間発展を解く．

$$\frac{\partial f_i(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}+\boldsymbol{C}_{i\alpha}\frac{\partial f_i(\boldsymbol{x},t)}{\partial \boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}_{i\alpha}A\frac{\partial\left[f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)-f_i(\boldsymbol{x},t)\right]}{\partial \boldsymbol{x}}=\frac{1}{\tau}\left[f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)-f_i(\boldsymbol{x},t)\right] \tag{1}$$

ここで，f_iは粒子の速度分布関数，添字iは速度ベクトルを離散化した各番号である．$\boldsymbol{C}_{i\alpha}$は粒子の速度を表しており，添字αは直交座表，$\boldsymbol{x},t$はそれぞれ空間と時間である．左辺第３項は負の粘性項と呼ばれる修正項であり，Aは負の粘性係数に相当する量($A>0$)である．τは単一緩和時間係数と呼ばれる定数であり衝突の頻度を表す．また，f_i^{eq}は Boltzmann 方程式を Taylor 展開して得られた粒子の局所平衡分布関数で密度ρ，流速$\boldsymbol{u}$，粒子の離散速度$\boldsymbol{C}_{i\alpha}$を用いて以下の式で表される．

$$f_i^{eq}=E_i\rho\left[1+3\boldsymbol{C}_{i\alpha}\cdot\boldsymbol{u}+\frac{9}{2}(\boldsymbol{C}_{i\alpha}\cdot\boldsymbol{u})^2-\frac{3}{2}\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}\right] \tag{2}$$

ここで，E_iは各離散方向に存在する粒子の配分を表す重み関数であり，速度の離散化モデルにより値が決定される．また流体力学変数は，速度分布関数と粒子の離散速度から

$$\rho=\sum_{i=1}^{N}f_i\ ,\qquad \rho\boldsymbol{u}=\sum_{i=1}^{N}f_i\boldsymbol{C}_{i\alpha} \tag{3, a, b}$$

と定義する．緩和時間係数τは動粘性係数ν，時間刻み幅Δtを用いて以下の式で表される．

$$\tau=\frac{1}{2}+\frac{3\nu}{c^2\Delta t} \tag{4}$$

式(1)の右辺は単一緩和時間(Single-Relaxation-Time : SRT)衝突則と呼ばれており広く用いられているが，高レイノルズ数領域になると数値不安定となりやすい．そこで，数値安定性を向上させた Cascaded 衝突則[13]を式(1)右辺の衝突則として変更した次式を用いる．

$$\frac{\partial f_i(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}+\boldsymbol{C}_{i\alpha}\frac{\partial f_i(\boldsymbol{x},t)}{\partial \boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}_{i\alpha}A\frac{\partial\left[f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)-f_i(\boldsymbol{x},t)\right]}{\partial \boldsymbol{x}}=\mathrm{M}^{-1}\mathrm{N}^{-1}\mathrm{SNM}\left[f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)-f_i(\boldsymbol{x},t)\right] \tag{5}$$

ここで，行列M，M^{-1}は分布関数を物理量へ変換，逆変換する行列，行列N，N^{-1}はガリレイ不変性を満たすためにガリレイ変換／逆変換する行列である．S は緩和時間係数行列であり，分布関数による各モーメントで異なる．また本研究には，Rosis らの行列[14]を用いている．

2.2 速度空間の離散化

FDLBM は空間を規則的な格子によって離散化し，粒子の

運動はその格子に沿って有限な方向に制限する．図１に本研究で用いる 3 次元で速度ベクトルを 27 方向に離散化した D3Q27model を示す．また表１に各離散化方向における速度ベクトルと速度の大きさを示す．

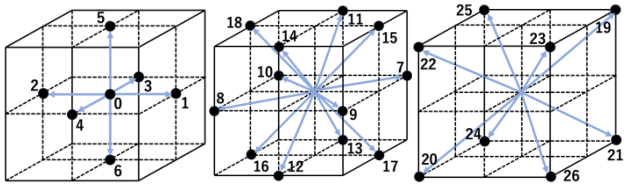

Fig. 1 D3Q27 model

Table 1 Velocity vector components of D3Q27 model

i	Velocity vector $C_{i\alpha} = (C_{ix}, C_{iy}, C_{iz})$	$\lvert C \rvert$
0	(0, 0, 0)	0
1~6	(1, 0 , 0), (-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1), (0, 0, -1)	1
7~18	(1, 1, 0), (-1, -1, 0), (1, -1, 0), (-1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, -1, -1), (0, 1, -1), (0, -1, 1), (1, 0, 1), (-1, 0, -1), (1, 0, -1), (-1, 0, 1)	$\sqrt{2}$
19~26	(1, 1, 1), (-1, -1, -1), (1, 1, -1), (-1, -1, 1), (1, -1, 1), (-1, 1, -1), (-1, 1, 1), (1, -1, -1)	$\sqrt{3}$

2. 3 円問題設定

一様流中に置かれた直径D，高さ 12.5Dの円柱から放射される流体音の予測を行う．図２に計算対象の模式図を示す．計算は，(a)流速$U = 21.2m/s$，レイノルズ数 Re=1.4× 10^5の主流条件による圧力係数を実験値[15]と比較，(b)流速$U = 37.5m/s$，レイノルズ数 Re=1.0× 10^5の主流条件における円柱から放射した音波を実験値[16]と比較，この２ケースを行った．上流から反時計回りの角度をθと定義し，淀み点を$\theta = 0°$とする．また，音の計測点は一様流方向と垂直な$\theta = 90°$で，円柱中心から 25D の位置である．計算格子は O 型構造格子を用いており，iは半径方向，jは円周方向，kはスパン方向を表す．格子点数は$(i_{max}, j_{max}, k_{max}) = (231, 300, 71)$で，総格子点数は約 500 万点である．境界条件は円柱表面をすべり無し壁，遠方境界を一様流条件，スパン方向の境界面(地面と図２の 12.5Dの位置)に滑り壁条件を設定する．また，時間発展に 2 段階 Runge-Kutta 法，移流に３次精度風上差分法を用いて解いている．

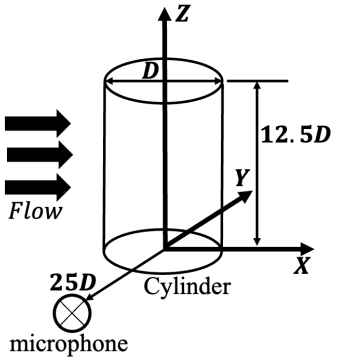

Fig. 2 Schematic diagram

また測定点における音圧の予測は，Cascaded 衝突則[13]を用いた C-FDLBM により円柱の表面圧力変動$\tilde{p}$を求め，以下に示す Lighthill-Curle の式[4]を用いて行う．

$$p_a = \frac{1}{4\pi a}\frac{x_i}{r^2}\frac{\partial}{\partial t}\int n_i \tilde{p}(y, t - r/a)dS \qquad (6)$$

ここで，p_aは遠方場における音圧，$\tilde{p}$は円柱の表面圧力変動である．aは静止流体中における音速，x_iは観測点座標，yは音源点位置，rは物体中心と観測点間の距離，n_iは境界面における外側法線ベクトル，Sは円柱表面をそれぞれ表す．

3. 計算結果と考察

3. 1 円柱表面の圧力係数比較

図３は計算ケース(a)の主流条件で SRT 衝突則，Cascaded 衝突則を用いた FDLBM による計算を行い，実験値[15]と圧力係数を比較した結果である．円柱の表面圧力係数は，Z 軸方向に空間平均し，更に円柱から放射されるカルマン渦の周期で時間平均したものである．

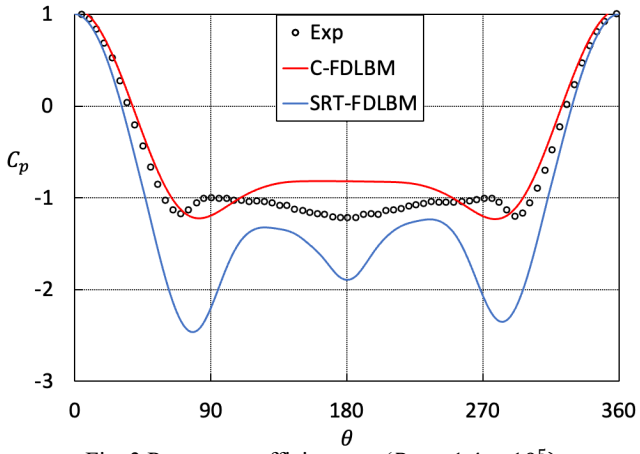

Fig. 3 Pressure coefficient c_p $(Re = 1.4 \times 10^5)$

SRT 衝突則を用いた計算では，実験値と比較し円柱背面側での負圧を過小評価する結果となったが，Cascaded 衝突則を用いた計算では実験値に格段に近づいたことが分かる．しかし，$\theta = 180°$付近では非常に複雑な流れとなっており，DNS のように細密な格子を切っているわけではないため再現できておらず差異が生じたと考える．局所的な誤差はあるものの実験値と大域解としては概ね流れ場を再現することができた．

3. 2 音圧レベルの比較

図 4 は計算ケース(b)の主流条件で C-FDLBM により計算した表面圧力変動を用いて式(6)により求めた円柱中心から 25D 離れた位置における音圧レベルを実験値[16]と比較した結果である．

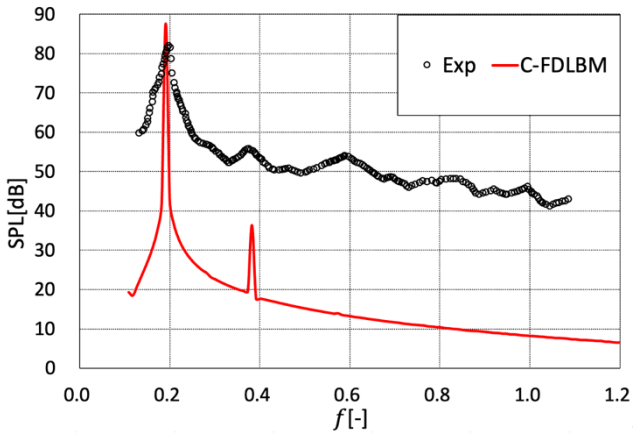

Fig. 4 Comparison of sound pressure level $(Re = 1.0 \times 10^5)$

C-FDLBM の計算により求めたカルマン渦のピーク周波数は 0.19 であり，実験値と比較して 0.01 程度の誤差となり良好な一致をみせた．また SPL のピーク値は，C-FDLBM は 87dB となっており実験値と 5 dB 程度の差である．

しかし，カルマン渦の３次以降のピークは捉えきれていない．航空機の機体騒音を予測するためには高周波領域を含めた広帯域の予測が必要となる．原因として，(1)緩和時間行列 S における値に計算対象に合わせたチューニングパラメータが含まれる，(2)細かい渦の解像が不十分である，この２点が考えられる．

(1)に関して，Cascaded 衝突則内の緩和時間行列 S に含まれる値は，粘性係数と体積粘性係数に対応した値を一部に設定できる[17]が，それ以外はチューニングパラメータとなっている．緩和時間係数を適切な値に設定する[18]ことで渦のエネルギーカスケードが実際の物理に近づくと考えられる．(2)に関して，格子幅は円柱まわりの LES 計算と同程度の値[19]を用いているが高周波成分は C-FDLBM では解けていない．そこで，格子幅以下の渦を解くために FDLBM を LES 化したモデル[9],[20]を用いることで，高周波成分を解くことが可能になると考える．

4. LES の導入

乱流中の全ての大きさの渦を計算するためには，およそレイノルズ数の 9/4 乗程度の格子数が必要となり，直接計算するには多大な時間を要する．それに対して，格子幅程度の変動であるグリットスケール(GS)成分は直接計算が可能と考えて，格子幅以下の変動成分であるサブグリットスケール(SGS)成分にモデル化を施して方程式に組み込むことで乱流を解くラージエディシミュレーション(Large-Eddy-Simulation: LES)が研究されている．本研究手法の FDLBM においても LES 化した LES-FDLBM[20]が提案されている．以下に式(5)の時間発展方程式にフィルター操作[21]を施した式を示す．フィルターの掛け方として，本研究では Gaitonde ら[22]により開発された 4 次精度のフィルターを分布関数に施している．

$$\frac{\partial \overline{f_i(\boldsymbol{x},t)}}{\partial t} + \boldsymbol{C}_{i\alpha}\frac{\partial \overline{f_i(\boldsymbol{x},t)}}{\partial \boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}_{i\alpha}\frac{A}{\tau_{total}}\frac{\partial\left[\overline{f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t) - f_i(\boldsymbol{x},t)}\right]}{\partial \boldsymbol{x}} = \mathrm{M}^{-1}\mathrm{N}^{-1}\mathrm{SNM}\left[\overline{f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t) - f_i(\boldsymbol{x},t)}\right] \quad (7)$$

ここで，τ_{total}は分子粘性と渦粘性の和に関連した値であり，通常の緩和時間係数τに SGS 成分を加えたものである．以下の式(8)~(10)にその関係を示す．LES-FDLBM の動粘性ν_{total}は，分子粘性νと渦粘性ν_{SGS}の和で構成されており[23]，

$$\nu_{total} = \nu + \nu_{SGS} \quad (8)$$

で表される．その中でも渦粘性ν_{SGS}は，

$$\nu_{SGS} = C\bar{\Delta}^2|\bar{S}| \quad (9)$$

で表される．ここで，Cはモデル係数，$\bar{\Delta}$は格子幅相当のフィルター幅である．歪み速度テンソル$\bar{S}_{ij}$，歪み速度テンソルの大きさ$|\bar{S}|$は，

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right), \qquad |\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (10)$$

と定義される．本研究では，モデル係数Cの決め方として，Smagorinsky モデルを用いており，Smagorinsky 定数をCとして，物体まわりの流れよりC=0.1 の値が与えている．以上の式(8)~式(10)により求めたν_{total}を用いて，τ_{total}は以下により導出する．

$$\nu_{total} = \frac{c^2\Delta t}{3}\left(\tau_{total} - \frac{1}{2}\right) \quad (11)$$

以上の操作により，LES を C-FDLBM に導入して計算ケース(b)の主流条件で計算した円柱の放射音の音圧レベルを C-FDLBM，実験値と比較した結果を図 5 に示す．また，図 6 に計測中の円柱表面圧力を LES-C-FDLBM と C-FDLBM で比較した結果を示す．LES-C-FDLBM の計算により求めたカルマン渦のピークの周波数は 0.18，音圧レベルは 86dB であった．実験値ほぼ基本周波数，2 次のピーク周波数は概ね一致している．また C-FDLBM に LES を施したことで基本周波数のピーク値が下がり， その成分が 3 次以降のピーク値に微小ではあるが生まれていることが分かり，C-FDLBM では解けていなかった細かい渦を考慮できつつあることが分かる．

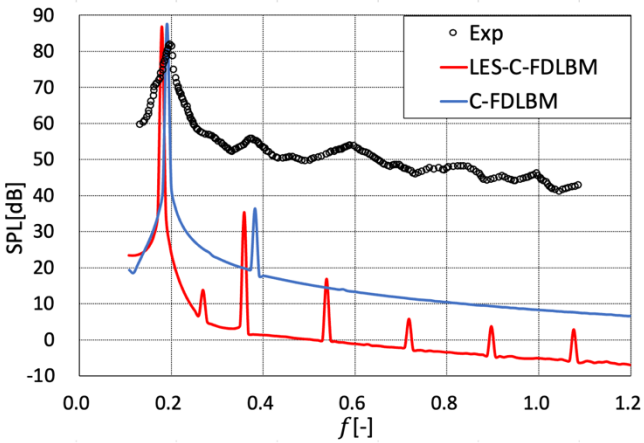

Fig. 5 Prediction of sound pressure level using LES-C-FDLBM ($Re = 1.0 \times 10^5$)

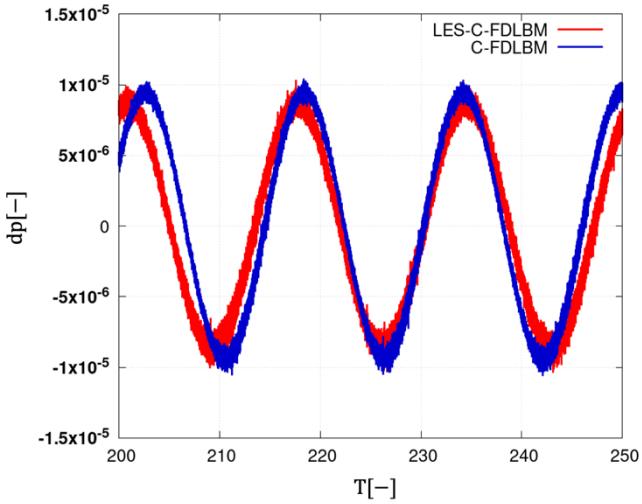

Fig. 6 Comparison of sound pressure

図 6 より，圧力変動の極大値，極小値近傍では，LES-C-FDLBM の方が，C-FDLBM と比べて変動値が増加していることがわかる．円柱表面圧力変動の値は，式(6)の Lighthill-Curle の式[4]に用いられ，音圧レベルの予測に直接関係する．LES-C-FDLBM の計算では，円柱表面の圧力変動分布の極大値，極小値近傍において変動量が増加したため，図 5 の高周波へピークが立ったと考える．しかし，カルマン渦の 3 次以降の周波数や SPL の値に関して誤差がみられた．この原因として，Smagorinsky 定数が常に正の一定な値であるため，計算の安定性は高いものの GS 成分から SGS 成分への乱れのエネルギーのやりとりが一定となってしまい，エネルギーカスケードに対応できていない．そのため，Smagorinsky model を用いたことで小さな渦は生まれているものの複雑な渦の混合は正確に解くことが出来なかったと考える．よって，エネルギーカスケードをより実際の物理に近い乱流モデルを C-FDLBM に導入することでさらに予測精度が向上すると考えられる．

5. 計算時間

本計算は NVIDIA 社製の GPU 計算機①GeForce3090Ti と GPU 計算機②Geforce4080 を用いて OpenACC による GPU 並

列化を施して計算した．計算ケース(b)について C-FDLBM を用いた計算時間は計算機①が約 6 日，計算機②は約 3 日となった．また，LES 解析では計算機①が 14 日，計算機②では７日程度となった．計算機①と計算機②の違いとして，計算機①の方が並列コア数は 1000 ほど多いものの，クロック周波数，メモリ転送の性能が計算機②の方が高いため，このような計算時間の差異が生じたと考える．よって本計算コードをより性能の高い GPU で計算すれば数日相当で音響解析が実現できる．研究目的である航空機騒音の解析における計算コストの削減は，以上の結果から実用性の高い計算時間となり，本計算コードを更に性能の高いワークステーションレベルの GPU で計算すれば，従来の音響解析手法に比べて計算時間の削減された音響解析が可能になる．

6. まとめ

機体騒音が支配的となる着陸時における流れを計算対象とする計算コストの少ない空力音響計算コードの開発を目的として，FDLBM による円柱まわりの流れ場を計算した．衝突則を SRT から Cascaded 型に変更したことで，円柱の表面圧力係数は実験値に大幅に近づくことができ，円柱まわりの流動現象を概ね再現できた結果となった．

また，円柱から遠方場における流体音を基本周波数においてはほぼ実験値と等しく，音圧レベルも概ね近い値を予測することを可能とした．しかし，カルマン渦の２次，3 次は予測出来ておらず，航空機の騒音解析では高周波成分も考慮した広帯域の解析を必要となるため，改善が求められる．

C-FDLBM では考慮出来ていない細かな渦の計算を可能とするために，C-FDLBM に乱流解析の基礎モデルである Smagorinsky model を用いて LES 化を行った．LES-C-FDLBM の計算は，C-FDLBM では解析出来ていなかった小さな渦を解析することができた．しかし，エネルギーカスケードが一方的なモデルであるため，逆カスケードを考慮することができず渦の混合が過小評価されており，カルマン渦の 2 次，3 次の予測値が実験値に比べて差異の生じる結果となった．しかし，計算時間は３次元の音響解析かつ 120 万 step ほど計算を行っているにも関わらず，NVIDIA GeForce4080 を用いれば 3 日程度で計算できるため，更に性能の良い GPU で計算を行うことが出来れば，一晩で音響解析が実現できるため航空機開発に資するツールとして貢献できる現実味のある結果となった．

本研究において開発した音響解析コードは，円柱から放射される渦の基本周波数のピーク値は実験値と概ね一致しており，従来の音響解析手法の予測精度には劣るものの GPU 並列化を施しているため計算時間の短縮に貢献できる．また，より複雑な形状での計算が必要な場合は，本計算コードの移流を通常の LBM 用に変更するだけで良く非常に汎用性の高い流体計算コードである．以上のような計算コードを開発したことで，これからの航空機音響の研究分野へ貢献できたと考える

文献

[1] 小林紘, “航空機の空力騒音とその制御技術について’’, 日本航空宇宙学会誌，第 43 巻，第 493 号，(1995).

[2] 大石勉, “航空機騒音源の低減対策について”，日本音響学会誌，73 巻 11 号 (2017), 725-730.

[3] 金田行雄，石原卓，横川三津夫，板倉憲一，宇野篤也, “大規模直接数値シミュレーションによる周期境界乱流中のエネルギー散逸率とエネルギースペクトル”，ながれ, 31，(2012)，241-244.

[4] Curle, N., “The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound”, *Proceedings of the Royal Society. London*. A. Vol. 231, pp. 504-514, (1955).

[5] 釜土敏裕，“Linearized Euler Equation による翼型まわりの流れと音の連成解析”，ながれ，23, (2004), 285-294.

[6] Manoha, E., Guenanff, R., Redonnet, S. and Terracol, M., “Acoustic Scattering from Complex Geometries”, *AIAA Paper* 2004-2938, 2004.

[7] 飯田明由, 加藤千幸, “数値流体騒音解析の最近の事例”, 騒音制御, Vol. 31, No. 4, 2007.

[8] Bailly, C. and Juve, D., *“*A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler’s Equations*”, AIAA Paper* 99-1872, 1999.

[9] 小野寺直幸，青木尊之等，“格子ボルツマン法による 1m 格子を用いた都市部 10km 四方の大規模 les 気流シミュレーション”, HPCS2013, 123-131.

[10] 蔦原道久, “差分格子ボルツマン法と数値音響解析への応用”，ながれ, 32, (2013), 279-282.

[11] 今村太郎，鈴木宏二郎，中村孝，吉田正廣，福田正大，“格子ボルツマン法による高レイノルズ数円柱周り流れの解析”，第 15 回数値流体力学シンポジウム, B14-3.

[12] 蔦原道久，“数値流体力学としての差分格子ボルツマン法”，数理解析研究所講究録，第 1946 巻, 2015 年, 31-40.

[13] M. Geier, A. Greiner, J. G. Korvink, “Cascaded digital lattice Boltzmann atomata for high Reynolds number flow”, *Phys. Rev.* E, 73, 066705 (2006).

[14] S. Saito, A. D. Rosis, A. Festuccia, A. Kaneko, Y. Abe, K. Koyama, “color-gradient lattice Boltzmann with nonorthogonal central moments: Hydrodynamic melt-jet breakup simulations”, *Physical Review* E, Vol. 98, 013305*,* 2018.

[15] Cantwell, B. and Coles, D., “An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder”, *J. Fluid mech*. (1983). Vol. 136, pp.321-374

[16] 飯田明由，藤田　肇，加藤千幸，大田黒　俊夫，“空力音の発生機構に関する実験解析(第２報，表面圧力変動と空力音の相互相関について)”，日本機械学会論文集(B 編)，62 巻 604 号 (1996-12).

[17] D. d'Humières, “Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions”, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* A, 2002, 360, 437-451.

[18] Y. Kuwata, K. Suga, “Wall-modeled large eddy simulation of turbulent heat transfer by the lattice Boltzmann method”*, journal of Computational Physics,* 433, (2021), 110186.

[19] 加藤千幸，高野靖，飯田明由，藤田肇，池川昌弘，“LES による流体音の予測(第一報，二次元円柱からの放射音)”，日本機械学会論文集(B 編)，60 巻 569 号(1994-1).

[20] M. Hiraishi, M. Tsutahara, “Application of Dynamic Smagorinsky Model to the Finite Difference Lattice Boltzmann Method”, *Journal of Fluid Science and Technology,* Vol. 3, No. 1, 2008.

[21] Leonard. A, “On the energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows”, *Adv. In Geophys*., Vol. 18 A, pp. 237-248, 1974.

[22] D., V., Gaitonde and M., R., Visbal, “Pade-Type Higher-Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations”, *AIAA-Journal*, Vol. 38, No. 11, pp. 2103-2112, (2000).

[23] Y. H. Dong and P. Sagaut, “A Study of time correlations in lattice Boltzmann-based large-eddy simulation of isotropic turbulence”, *Phys. Fluids*, Vol. 20, No. 3, (2008).