

# SNGR法を用いた翼周り流れにおける騒音予測

## Noise Prediction Study on Airfoil Flows Using the SNGR Method

航空宇宙工学コース

航空エンジン超音速流研究室 1265032 東谷 涼平

### 1. はじめに

近年の航空機では高性能エンジンの導入によるエンジンの低騒音化が進んでおり、エンジン推力を抑えた着陸進入時には、高揚力装置や降着装置から発生する機体騒音が主な騒音源となる例も見られる<sup>(1)</sup>。2040年には2019年の2倍程度の航空需要が見込まれており<sup>(2)</sup>、航空機の更なる低騒音化のため機体騒音の低減が重要な課題の一つとなりつつある。

本研究では機体騒音のなかでも翼周り流れから発生する、後縁ノイズの数値計算による予測を目標とした。一般に直接計算で遠方場までの空力騒音を予測するには、膨大な計算が必要となる。そのため、流れによる音源と音の伝播を分離して計算する様々な分離解法が広く用いられている。

後縁ノイズは境界層や後流での渦変動に起因し、尖った後縁と渦との相互作用により二重極音が放射される。特に広帯域の乱流騒音は非定常な乱流場を音源とするため、その音源情報は三次元且つ非定常なものである。最近では、音源を求めるために三次元非定常乱流場をLarge Eddy Simulation (LES) で直接計算する方法が一般的になってきたが、LESによって後縁ノイズの音源を計算するには、翼面上を発達する境界層から後縁周辺のみで乱流を計算する必要があり、膨大な計算コストが必要となる。これに対してBécharaら<sup>(3)</sup>、Baillyら<sup>(4)</sup>は線形Euler方程式 (Linearized Euler Equations : LEE) と確率論的アプローチによって乱流場を生成するモデル、Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) 法を組み合わせた手法を提案し、ジェット騒音の予測を行った。SNGR法は、確率論的アプローチで定常なReynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) 方程式から得られる乱流運動エネルギー $K$ と散逸率 $\varepsilon$ より乱流場をモデル化する手法である。SNGR法とLEEを組み合わせた機体騒音予測が有用であれば、大幅な計算コストの削減が見込め、様々な工学問題への適用が容易になる。そこで翼後縁ノイズの予測に向けた低コストな音響解析コードの開発を研究目的とし、SNGR法とLEEを用いて計算コストの削減を目指す。

コードの作成は先行研究<sup>(5),(6)</sup>を基に進める。また、SNGR法はBecharaら<sup>(3)</sup>の方法とBaillyら<sup>(4)</sup>の方法を用いて結果の比較を行う。以降、2節でLEEとSNGR法の基礎式並びに数値的アプローチについて記し、3節でLEEコードの検証としてSNGR法と同様に速度変動を音源とした場合の検証例を示す。4節でSNGR法とLEEを組み合わせる翼後縁ノイズの予測を行う。

### 2. 基礎方程式

本節では、LEEとSNGR法の基礎式並びに数値的アプローチについて簡単に説明する。

#### 2.1. 線形Euler方程式

LEEは、圧縮性Euler方程式から導出される。Euler方程式のある変数 $q$ を平均成分 $\bar{q}$ と変動成分 $q'$ の和として定義し、変動成分に関する方程式を導く。

$$q = \bar{q} + q' \quad (1)$$

以下に支配方程式を示す。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \rho'}{\partial x_j} + \bar{\rho} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} + \rho' \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = S_\rho \quad (2)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = S_{u_i} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \gamma \bar{p} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \gamma p' \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} = S_p \quad (4)$$

ここで $\rho$ は密度、 $u_i$ は $x_i$ 方向の速度成分、 $p$ は圧力である。式(2)~(4)の右辺は音源項であり、LEEは平均成分 $\bar{q}$ と音源項を計算条件として与えることで、変動成分 $q'$ で構成される基本変数 $[\rho', u'_i, p']$ の時間発展を計算する。平均成分はRANSなどによる流れ場の定常解を与える。非圧縮場の渦変動を音源としたLEEにおいて、音源項は以下の通りである<sup>(3)</sup>。

$$S_{u_i} = - \left[ u'_{t_j} \frac{\partial u'_{t_i}}{\partial x_j} - u'_{t_j} \frac{\partial u'_{t_i}}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

本研究の空間離散化にはTamらによって提案されている4次精度Dispersion Relation Preserving法<sup>(7),(8)</sup>を、時間積分法には3次精度TVD Runge-Kutta法<sup>(9)</sup>を用いた。更に数値振動を抑えるため、同様にTamらにより提案されている人工粘性を付与した。この人工粘性は格子幅が大きくなるほど強く効くため、遠方場境界において格子幅をストレッチすることで自然と減衰効果が得られ無反射境界が実現する<sup>(7),(8)</sup>。

#### 2.2. Stochastic Noise Generation and Radiation 法

SNGR法ではランダムFourierモードに基づき、位置 $\mathbf{x}$ での乱流速度 $\mathbf{u}'_i(\mathbf{x})$ を求める。

$$\mathbf{u}'_i(\mathbf{x}) = 2 \sum_{m=1}^M A_m \cos(\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{x} + \psi_m) \boldsymbol{\sigma}_m \quad (6)$$

以降、式(6)をBecharaモデルと呼ぶ。ここで添え字 $m$ は第 $m$ モードの成分であることを表し、 $A_m$ は振幅、 $\mathbf{k}_m$ は波数ベクトル、 $\psi_m$ は初期位相、 $\boldsymbol{\sigma}_m$ は方向を表す単位ベクトルである。さらに、非圧縮乱流の場合、スペクトル空間において $\mathbf{k}_m$ と

$\sigma_m$ は互いに直交するため、

$$\mathbf{k}_m \cdot \boldsymbol{\sigma}_m = 0 \quad (7)$$

である。図1に第 $m$ モードにおける波数空間での位置関係を示す。各乱数 $\varphi_m, \theta_m, \psi_m$ 及び $\alpha_m$ は等方性乱流を仮定すると、表1の確率密度関数 $P$ より決定される。

第 $m$ モードの振幅 $A_m$ は、乱流エネルギースペクトル $E(k)$ から求まる。振幅と乱流運動エネルギーの関係より、

$$K = \sum_{m=1}^M A_m^2 \quad (8)$$

$$A_m = \sqrt{E(k_m) \cdot \Delta k_m} \quad (9)$$

となる。等方性乱流のシミュレーションの場合、von Karman-Pao spectrum<sup>(10)</sup>を用いて、以下ようになる。

$$E(k) = \alpha \frac{2}{3} \frac{K}{k_e} \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}} \exp \left[ -2 \left( \frac{k}{k_e} \right)^2 \right] \quad (10)$$

ここで $\alpha \cong 1.453$ は定数、 $k_\eta = \varepsilon^{1/4} / \nu^{-3/4}$ はKolmogorov波数、 $\nu$ は動粘性係数である。 $k_e$ は $E(k)$ が最大となる波数であり、等方性乱流の積分長さスケール $L_{max} = (2/3 K)^{3/2} / \varepsilon$ を用いて<sup>(4)</sup>、 $k_e = 0.747 / L_{max}$ と求められる。

波数 $k_m$ は、等方性乱流のエネルギースペクトルにおいて高いエネルギーをもつ渦に対応する、低波数領域の分解能を確保するため、対数分布より求める。

$$k_m = \exp[\ln k_1 + (m-1)dk] \quad (11)$$

ここで $dk = (\ln k_M - \ln k_1) / (M-1)$ 、 $k_1 = k_e/5$ は最小波数、 $k_M = 2\pi / (6\Delta x)$ は最大波数<sup>(11)</sup>である。Becharaモデルでは時間相関を得るため、はじめに式(6)を十分な時間だけ繰り返し行い、周波数領域で重みかけすることで望ましい時間相関を得る。

一方、Baillyらは式(6)に対して変更を加え、時間平均速度を介し確率場を対流させることで時間依存性を導入した。

$$\mathbf{u}_t(\mathbf{x}, t) = 2 \sum_{m=1}^M A_m \cos(\mathbf{k}_m \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{t}\bar{\mathbf{u}}) + \psi_m + \omega_m t) \boldsymbol{\sigma}_m \quad (12)$$

以降、式(12)をBaillyモデルと呼ぶ。ここで $\bar{\mathbf{u}}$ は位置 $\mathbf{x}$ の時間平均速度、 $\omega_m$ は角周波数であり、本稿では単純な対流場とするため、 $\omega_m = 0$ とする。

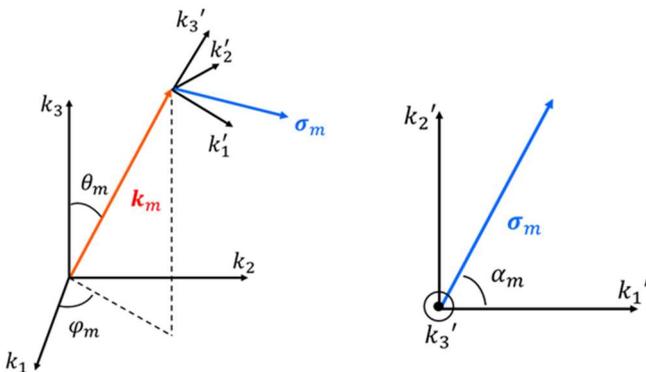


Fig. 1 Geometry for the  $m$ th mode.

Probability density function	Angle range
$P(\varphi_m) = 1/(2\pi)$	$0 \leq \varphi_m \leq 2\pi$
$P(\theta_m) = 0.5 \sin \theta_m$	$0 \leq \theta_m \leq \pi$
$P(\psi_m) = 1/(2\pi)$	$0 \leq \psi_m \leq 2\pi$
$P(\alpha_m) = 1/(2\pi)$	$0 \leq \alpha_m \leq 2\pi$

### 3. LEEの検証例：回転する渦対による音の生成

本節では、速度変動を音源としたLEEコードの精度検証として、回転する渦対による音の生成を計算する。以下に詳細を示す。

#### 3.1. 計算条件

二次元場で循環 $\Gamma$ を持ち距離 $2l$ 離れた二つの平行な渦糸が、原点を中心に角速度 $\Omega$ で回転する場を考える。数値解析では渦中心の特異点を数値解で与えられないため、周方向速度のモデル化が必要となる。今回は、Scullyモデル<sup>(12)</sup>と呼ばれる以下の渦モデルを用いる。

$$u_\theta = \frac{\Gamma r}{2\pi(r_c^2 + r^2)} \quad (13)$$

ここで $u_\theta$ は周方向速度、 $r$ は渦中心からの距離、 $r_c$ は $u_\theta$ が最大となる距離 $r$ である。本検証では $\Gamma = 1.6, l = 1.0$ とし、 $r_c$ についてはモデル化の影響を確認するため、 $r_c = 0.25, 0.5$ の2ケースで計算を行った。図2に渦対モデルの概要を、図3に周方向速度の渦モデルと解析モデルの比較を示す。

音波を捉える計算領域は $-140 \leq x, y \leq 140$  (赤線内部)、その外部には遠方境界での反射を防ぐため吸収領域を40層設けた<sup>(13)</sup>。吸収領域を含めた格子点数は、 $x, y$ 方向にそれぞれ2881, 2881の等間隔直行格子を用いる。計算格子を図4に示す。

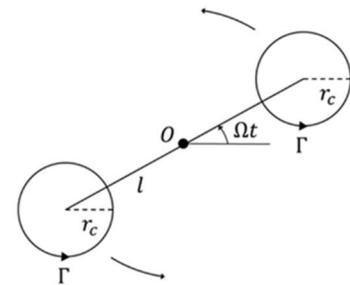


Fig. 2 Sketch of spinning vortex pair.

Table 1 The probability density functions for the random variables.

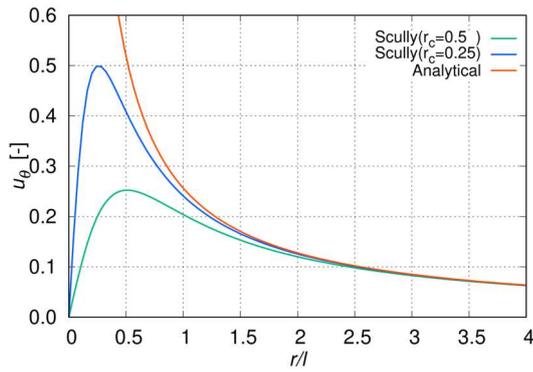


Fig. 3 Comparison of vortex model and analytical solution for circumferential velocity.

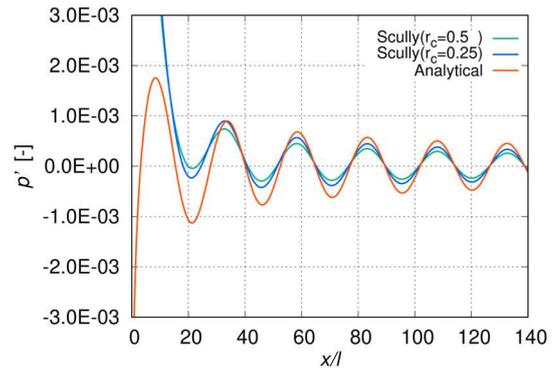
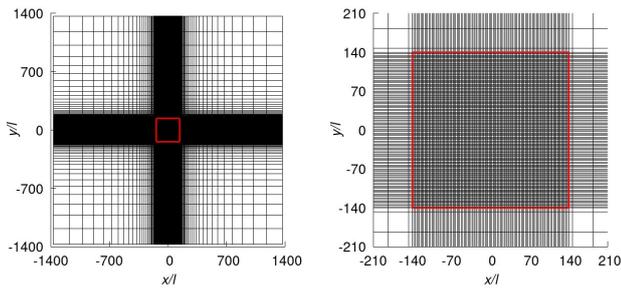


Fig. 6 Pressure fluctuation.



Overall view

Enlarged view  
(25 points in each direction)

Fig. 4 Computational domain with grid.

### 3.2. 結果と考察

図5に瞬時の圧力変動を示す。図より原点付近の渦対を中心として放射状に圧力変動が伝播している様子が確認できる。図6に瞬時の音圧を $x$ 軸上、 $0 \leq x \leq 140$ に沿って解析解<sup>(14)</sup>との比較を示す。比較に用いた解析解は音響遠方場を仮定しているため、音源からおよそ3波長以上離れた位置での振幅、位相について考察する。

図6より、どちらのケースでも位相誤差はないものの、 $r_c$ が大きいほど解析解と比べて振幅が低いことがわかる。振幅の大きさについては、図3の渦中心付近の周方向速度の差が原因と考えられる。以上より、本解析コードは速度変動を音源とした解析が可能であることを示した。

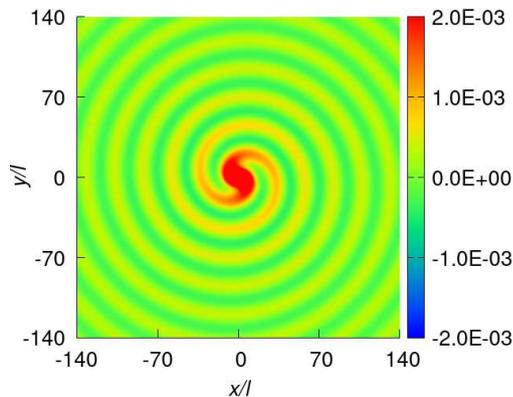


Fig. 5 Pressure distribution.

### 4. 翼後縁ノイズの予測

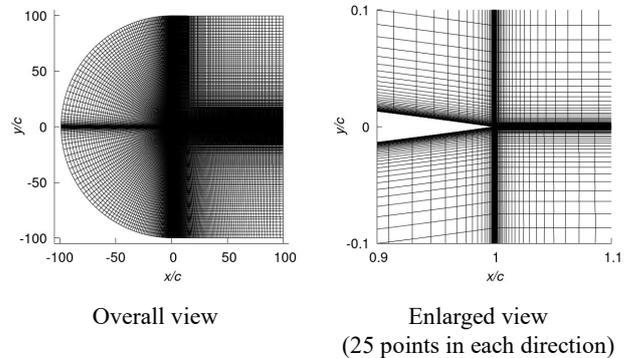
本節では、SNGR法とLEEを組み合わせる翼後縁ノイズの予測を行う。解析対象はBrooksらによる騒音実験<sup>(15)</sup>で使用された、NACA0012翼型である。一連の解析の流れは以下ようになる。

1. RANSと乱流モデルで平均流れ計算
2. 1の乱流量から、SNGR法を用いて乱流速度の生成
3. 1の平均成分, 2の乱流速度を用いてLEEで音の伝播計算

#### 4.1. 平均流れ計算

RANS解析には宇宙航空研究開発機構 (JAXA) が開発した圧縮性流体解析ソルバであるFaSTARを用いた。乱流モデルは $k-\omega$  SST-2003sust<sup>(16)</sup>を使用し、SNGR法に必要な散逸率はモデル変数の関係 $\varepsilon = \beta^* \omega K$  ( $\beta^*$ はモデル定数0.09) から求める。計算条件は実験<sup>(15)</sup>を基に、流入Mach数は $M_\infty = 0.205$ 、翼弦長と流入速度に基づいたReynolds数は $Re = 2.43 \times 10^6$ 、迎角は $\alpha = 0$  [deg]とする。計算領域は翼弦長を $c$ として、翼後縁から $100c$ とする。格子点数は58万で境界層に格子点を集中させており、最小格子幅は $y^+ = 1.0$  相当である。計算格子を図7に示す。

図8に乱流運動エネルギー分布を示す。境界層全域にわたって生成されており、その分布は後流でも確認できる。



Overall view

Enlarged view  
(25 points in each direction)

Fig. 7 Computational domain with grid.

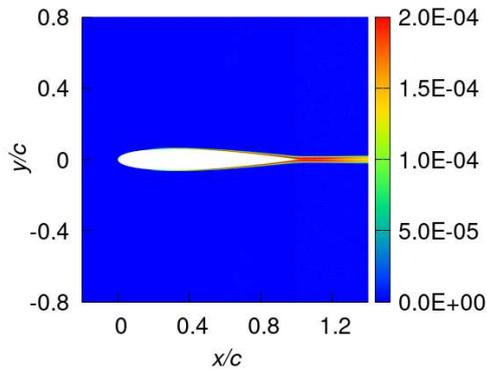


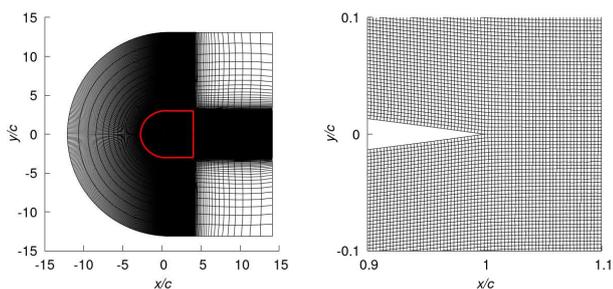
Fig. 8 Turbulent kinetic energy distribution.

#### 4.2. SNGR法による乱流速度の生成

次に乱流速度の生成を行う。式(6)の全モード数は $M = 200$ とした。また、SNGR法では代表点の乱流量を用いて領域内の乱流速度を生成し、乱流運動エネルギーの局所値で重みづけを行う。今回は後縁ノイズの予測が目的であるため、代表点は後縁から流れに垂直な方向で $k_e$ が最小の点とした。

RANS解析では境界層に格子を集中させていたが、LEEでは音波を適切な格子幅で解像できるだけでなく、SNGR法で生成される渦を境界層内で解像できる必要がある。そこで以降の計算では異なる格子を使用する。格子間のデータマッピングにはJAXA所有のMEGG3D<sup>(17),(18),(19)</sup>を使用した。

音波を捉える計算領域は翼後縁から $3c$ とし、格子点数は301万で、格子幅 $\Delta x$ は $\Delta x/c = 3.2 \times 10^{-3}$ の等間隔格子である。その外部には遠方境界での反射を防ぐため、吸収領域を40層設けた。図9に計算格子、図10にBaillyモデルで計算した渦度分布を示す。図10より、後縁付近で渦度が大きく、後流へ向けてその強度が弱まっていることがわかる。



Overall view

Enlarged view  
(25 points in each direction)

Fig. 9 Computational domain with grid.

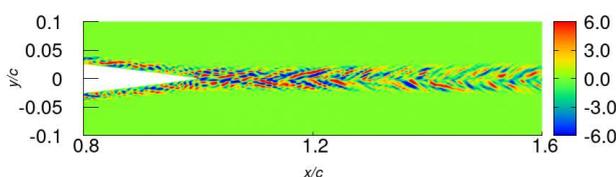


Fig. 10 Vorticity distribution.

#### 4.3. 音の伝播計算

次に、LEEを用いて伝播計算を行う。4.1節の結果を平均流れ成分、4.2節の結果を音源項として解析する。

図11にBaillyモデルで計算した瞬時の圧力変動を示す。図より、主に後縁を中心として圧力変動が遠方へと伝播する様子が確認できる。次に図12の位置で音圧レベルの1/3オクターブバンド分析を行った。実験結果とBecharaモデル、Baillyモデルとの比較を図13に示す。Becharaモデルでは高波数へ向かうにつれて実験結果を過大評価する傾向が見られ、Baillyモデルでは実験結果と同様に高周波でレベルが減少する傾向が得られたが、全体を通して5 dBほどの過小評価であった。

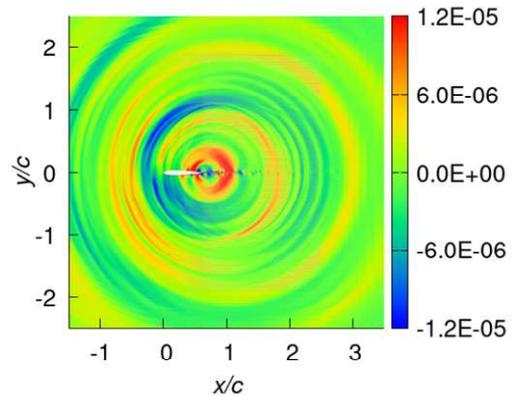


Fig. 11 Pressure distribution.

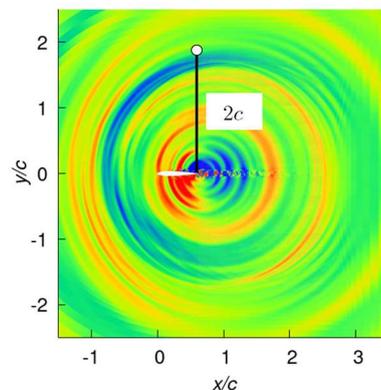


Fig. 12 Sound pressure level acquisition position.  
(Background distribution is pressure)

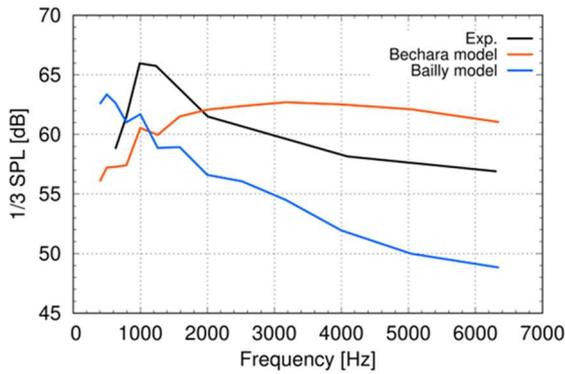


Fig. 13 Sound pressure level calculated by Bechara model.

過小評価を改善するため、最大波数 $k_M$ の計算式を $k_M = 2\pi/(5\Delta x), 2\pi/(4\Delta x) \dots$ と変更した。 $k_M$ の式を変更することで格子幅 $\Delta x$ に変更を加えずにより高波数のエネルギーまで考慮できると考えられる。 $k_M$ を変更したBaillyモデルと実験結果との比較を図14に示す。図14より、 $k_M$ を大きくするほど音圧レベルも大きくなり、なかでも $k_M = 2\pi/(3\Delta x)$ において最も良い近似を示している。一方で $k_M = 2\pi/(2\Delta x)$ では実験結果からずれている。これは波数を大きくしすぎたことで波長が短くなってしまい、音源の計算を正しくできなかったためと考えられる。高波数まで考慮するための方法として格子幅 $\Delta x$ を小さくする方法もあり、従来式を用いるのであればこの方法が適切であるが、計算コストの増大につながる。対して、本改善案は計算コストに影響しないため、従来法に比べてより低コストに音響解析ができる可能性を示した。

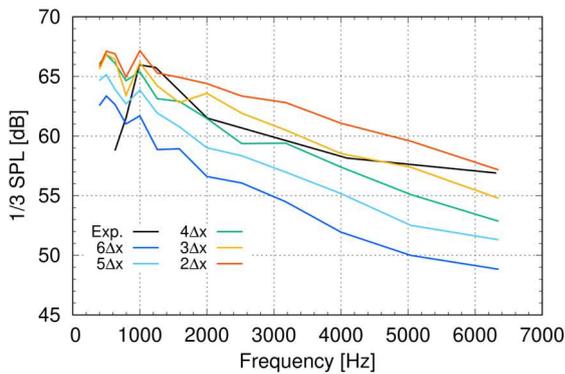


Fig. 14 Sound pressure level calculated by Bailly model.

## 5. まとめ

本研究では、翼後縁ノイズの予測に向けた低コストな音響解析コード開発を目的として、SNGR法とLEEを採用し、速度変動を音源としたLEEの精度検証と、SNGR法とLEEを組み合わせた場合について検証を行った。

非圧縮渦変動を音源としたLEEの検証として、回転する渦対による音の生成をモデル化した計算を行い、解析解と比較したところ、渦速度のモデル化に起因する音圧の過小評価が見られるものの、位相ずれのない音の発生並びに伝播が確認できた。

SNGR法とLEEを組み合わせた検証として、NACA0012翼型周りに適用した結果、音源となる乱流速度変動場には翼境界層厚みスケールの渦度を生成していることが確認できた。また、その結果を用いてLEEによる音の伝播計算を行ったところ、後縁及び後流から圧力変動が伝播する様子を確認できた。音圧レベルの1/3オクターブバンド分析を実験結果と比較したところ、Becharaモデルでは高波数へ向かうにつれて実験結果を過大評価する傾向が見られ、Baillyモデルでは実験結果と同様に高周波でレベルが減少する傾向が得られたが、全体を通して5 dBほどの過小評価であった。そこで計算精度の向上を図り最大波数 $k_M$ を大きくすることで同程度のレベルの結果を得られ、従来法に比べて低コストに音響解析できる可能性を示した。また、格子依存性の調査を進めることで、本手法の有用性に関する議論をさらに深められると考える。

## 文献

- 1) T. Takaishi, et al., “Quantitative modeling of sound sources around civil aircraft on final approach,” Berlin Beamforming Conference, 2020.
- 2) International Air Transport Association, “Air Passenger Numbers to Recover in 2024,” <https://www.iata.org/en/pressroom/2022-releases/2022-03-01-01/>, (2024年3月1日 参照).
- 3) W. Bechara, C. Bailly, and P. Lafon, “Stochastic Approach to Noise Modeling for Free Turbulent Flows,” *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 455-463, 1994.
- 4) C. Bailly, and D. Juve, “A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler’s Equations,” AIAA Paper 99-1872, 1999.
- 5) 廣原和希, “実機形状適用を目指した線形オイラー方程式を用いた音響計算コードの開発,” 高知工科大学修士学位論文, 2020.
- 6) 行徳一真, “パンタグラフの騒音低減に向けたキャピティ騒音の確率的ノイズ生成法に基づく音響解析,” 高知工科大学修士学位論文, 2021.
- 7) C. K. W. Tam, J. C. Webb and Z. Dong, “A Study of the Short Wave Components in Computational Acoustics,” *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-30, 1993.
- 8) C. K. W. Tam, “Recent advances in computational aeroacoustics,” *Fluid Dynamics Research*, Vol. 38, No. 9, pp. 591-615, 2006.
- 9) S. Gottlieb and C. W. Shu, “Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes,” *Mathematics of Computation*, Vol. 67, No. 221, pp. 73-85, 1998.
- 10) Y. H. Pao, “Structure of Turbulent Velocity and Scalar Fields at Large Wavenumbers,” *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 6, pp. 1063-1075, 1965.
- 11) M. Billson, L. E. Eriksson, and L. Davidson, “Jet Noise Prediction Using Stochastic Turbulence Modeling,” 9th

- AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, AIAA paper 2003-3282, 2003.
- 12) M. P. Scully, "Computation of Helicopter Rotor Wake Geometry and its Influence on Rotor Harmonic Airloads," PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1975.
  - 13) 今村太郎, ら他3名, "線形オイラー方程式解析コードの構築と複雑形状への適用," 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 53, No. 621, pp. 452-460, 2005.
  - 14) M. S. Howe, "Theory of Vortex Sound," Cambridge University Press, 2002.
  - 15) T. F. Brooks and T. H. Hodgson, "Trailing Edge Noise from Measured Surface Pressures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 78, No. 1, pp. 69-117, 1981.
  - 16) P. R. Spalart and C. L. Rumsey, "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 10, pp. 2544 - 2553, 2007.
  - 17) Y. Ito, et al, "Efficient Hybrid Surface/Volume Mesh Generation Using Suppressed Marching-Direction Method," *AIAA Journal*, Vol. 51, No. 6, pp. 1450-1461, 2013.
  - 18) Y. Ito, et al., "Efficient Computational Fluid Dynamics Evaluation of Small-Device Locations with Automatic Local Remeshing," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 5, pp. 1270-1276, 2009.
  - 19) Y. Ito, et al., "Three Dimensional Automatic Local Remeshing for Two or More Hybrid Meshes," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 12, pp. 1495-1505, 2011.