

格子ボルツマン法による音響計算コードの開発

システム工学群

航空エンジン超音速流研究室 1250126 西山 莉名

1. 緒言

航空機における騒音とはジェット噴流由来のエンジン騒音と脚やフラップまわりから発生する機体騒音に大別される。特に航空機の着陸時には、機体表面の乱流境界層や後流からの渦流出により発生する圧力変動が支配的になることが計測により示されている⁽¹⁾。空港周辺への騒音を軽減させるためには機体騒音の低減が求められている。

航空機からの音の発生と伝播を模擬するための解析手法として空力音響解析がある。理想的には圧縮性ナビエ・ストークス方程式の直接数値計算によって、音源のモデル化を含まずに微小渦の発する圧力変動まで解くことができる。発生した音波の伝播を知るためには渦スケールと比べて桁違いの代表長さの解析が求められ、音波の伝播や反射など非定常な計算が要される。航空機開発に資する解析手法とするには非現実的な計算コストとなる。音の発生と伝播を分離したマルチスケールな分離解法も検討されているが各物理過程のモデル化の正確さには議論の余地がある。

比較的低い計算コストで分離モデル化が不要な手法として、本研究では格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method : LBM) による音響解析に注目した。LBM は、速度分布関数の時間発展方程式のみを解くことで流体の巨視的変数を求めることができる。また、1 時間ステップの間に隣接する格子点に粒子が必ず移動する完全移流型で、移流における数値誤差はほぼない。またアルゴリズムが非常に簡素であるため GPU 並列計算と好相性であることも高速計算の点から有利な性質である。一方、粘性率 μ が緩和時間係数 τ のオーダーとなる。 τ は $\tau > 1/2$ という条件があり、 $1/2$ 近傍になると数値不安定となるため、高レイノルズ数の計算を行う場合、時間刻み幅を非常に小さく設定する必要がある⁽²⁾。これに対して緩和時間衝突則⁽³⁾を採用することでレイノルズ数 10^6 程度まで比較的に低い計算コストで解析実行できる。

本研究は、LBM を用いて機体騒音が支配的となる着陸時における流れを計算対象とする空力音響計算コードの開発を目的とする。

2. 数値計算法と問題設定

2.1 基礎方程式

LBM は、分子気体力学における Boltzmann 方程式を速度空間で離散近似して得られる離散化 BGK 方程式を、時間幅 Δt 格子間隔 Δx として差分近似をする。ここで、 $c_i \Delta t / \Delta x = 1$ とし、次式を用いて粒子の存在割合を表す速度分布関数 f の時間発展を解く。

$$f_i(x + c_{i\alpha} \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) + \frac{1}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (1)$$

ここで、 f_i は粒子の速度分布関数、添字 i は速度ベクトルを離散化した各番号である。 $c_{i\alpha}$ は粒子の速度を表しており、添字 α は座表、 x, t はそれぞれ空間と時間である。また、 f_i^{eq} は Boltzmann 方程式を Taylor 展開して得られた粒子の局所平衡分布関数で密度 ρ 、流速 u 、粒子の離散速度 $c_{i\alpha}$ を用いて以下の式で表される。

$$f_i^{eq} = E_i \rho \left[1 + 3c_i \cdot u + \frac{9}{2}(c_i \cdot u)^2 - \frac{3}{2}u \cdot u \right] \quad (2)$$

ここで、 E_i は各離散方向に存在する粒子の配分を表す重み関数であり、速度の離散化モデルにより値が決定される。また流体力学変数は、速度分布関数と粒子の離散速度から

$$\rho = \sum_{i=1}^N f_i, \quad \rho u = \sum_{i=1}^N f_i c_{i\alpha} \quad (3, a, b)$$

と定義する。

式 (1) の右辺は単一緩和時間 (Single-Relaxation-Time : SRT) 衝突則と呼ばれており広く用いられているが、高レイノルズ数領域になると数値不安定となりやすい。そこで、数値安定性を向上させた Cascaded 衝突則⁽⁴⁾を式 (1) 右辺の衝突則として変更した次式を用いる。

$$f_i(x + c_{i\alpha} \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = M^{-1} N^{-1} S N M [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (4)$$

ここで、行列 M 、 M^{-1} は分布関数を物理量へ変換、逆変換する行列、行列 N 、 N^{-1} はガリレイ不変性を満たすためにガリレイ変換／逆変換する行列である。 S は緩和時間係数行列であり、分布関数による各モーメントで異なる。

2.2 速度空間の離散化

LBM は空間を規則的な格子によって離散化し、粒子の運動はその格子に沿って有限な方向に制限する。図 1 に本研究で用いる 2 次元で速度ベクトルを 9 方向に離散化した D2Q9model を示す。また表 1 に各離散化方向における速度ベクトルと速度の大きさを示す。

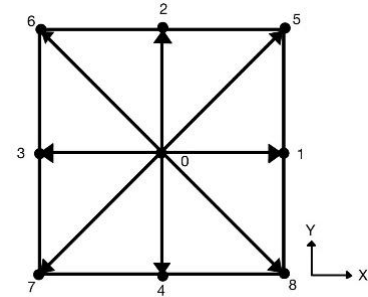


Fig. 1 D2Q9model

Table 1 Velocity vector components of D2Q9 model

i	Velocity vector $c_{i\alpha} = (c_{ix}, c_{iy})$	$ c $
0	(0,0)	0
1~4	(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)	1
5~8	(1,1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)	$\sqrt{2}$

2.3 問題設定

LBM で解いた流れが N-S 方程式を回復できているか検討するために、一様流中に置かれた直径 D の円柱表面の圧力係数予測を行う。図 2 に計算対象の模式図を示す。計算は、(a) 流速 $M = 0.2$ 、レイノルズ数 $Re = 150$ の主流条件による圧力

係数を DNS⁽⁵⁾との比較, (b) 流速 $U = 37.5\text{m/s}$, レイノルズ数 $Re = 1.0 \times 10^5$ の主流条件における渦度の可視化を行った. 上流から反時計回りの角度を θ と定義し, 淀み点を $\theta = 0^\circ$ とする. 計算格子は, (a)格子点数 $(i, j) = (800, 800)$ で, 総格子点数は 64 万点 (b)格子点数 $(i, j) = (2000, 1500)$ で, 総格子点数は 300 万点である. 境界条件は円柱表面をすべり無し壁, 遠方境界を一様流条件とした.

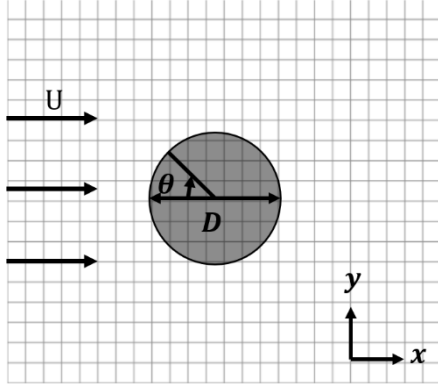


Fig. 2 Schematic diagram

3. 計算結果と考察

3.1 円柱表面の圧力係数比較

図 3 は計算ケース (a) の主流条件で, SRT 衝突則を用いた LBM による計算を行い計算値⁽⁴⁾と圧力係数を比較した結果である.

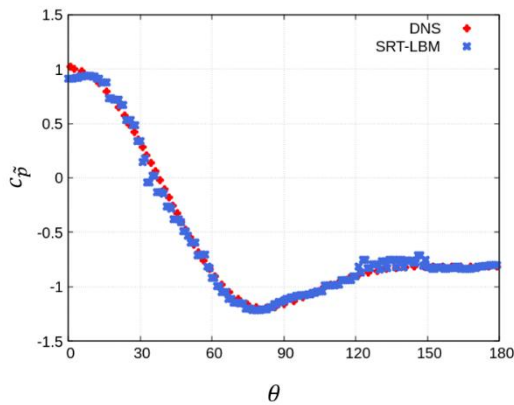


Fig. 3 Pressure coefficient $c_p(Re = 150)$

円柱前面での正圧では DNS では 1 に対し 0.93 となっている. $\theta = 120^\circ \sim 150^\circ$ 付近では流れによる剥離により値が振動しているものの DNS の値に対し 10% 程の誤差となった. SRT-LBM を用いて解いた流れが DNS の値に沿った形となったことより, N-S 方程式を回復できていることが分かる.

3.2 高レイノルズ数流れ

図 4 は, 計算ケース (b) の場合における円柱周りの渦度の時間変化を示す. (1) $t = 10000$ では主流が円にぶつかり, 円柱後方では流れが乱れていることがわかる. また, 円柱前面では流体の速度が減速し, よどんでいる. 境界層が存在しているため, 流体に粘性が存在する. (2) $t = 20000$ では, (1) と比較し後方に乱れた流れが広がっているため, 時間経過により徐々に流れが成長していることがわかる. また, 流体が物体表面からはがれることでできるカルマン渦を形成していることが分かる.

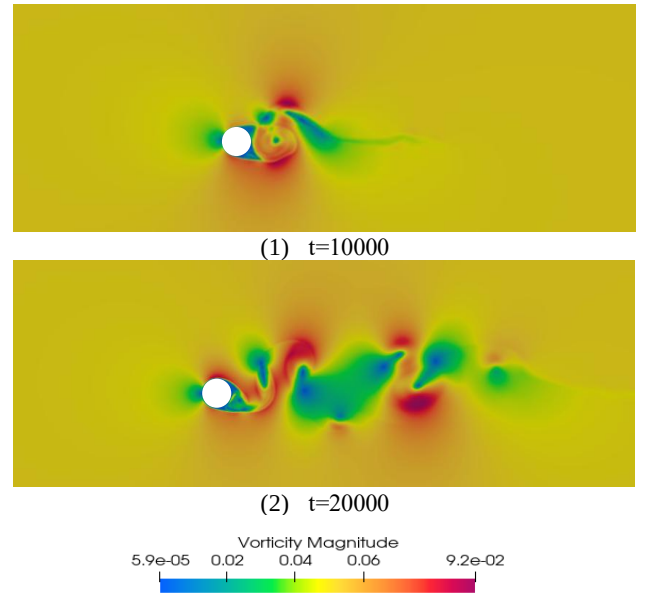


Fig. 4 LBM Velocity ($Re = 1.0 \times 10^5$)

4. まとめ

機体騒音が支配的となる着陸時における流れを計算対象とする空力音響計算コードの開発を目的として, LBM による円柱まわりの流れ場を計算した. 圧力係数は DNS に沿った曲線をとらえることができた. 高レイノルズ数では可視化をおこないカルマン渦をとらえることができた. 今後は, 音響解析のため音波の計測, 計算時間の削減のための GPU 並列化を行う予定である.

参考文献

- (1) 小林紘, “航空機の空力騒音とその制御技術について”, 日本航空宇宙学会誌, 第 43 巻, 第 493 号, (1995).
- (2) 今村太郎, 鈴木宏二郎, 中村孝, 吉田正廣, 福田正大, “格子ボルツマン法による高レイノルズ数円柱周り流れの解析”, 第 15 回数値流体力学シンポジウム, B14-3.
- (3) 瀬田剛, “格子ボルツマン法”, 森北出版, (2021)
- (4) M. Geier, A. Greiner, J. G. Korkink, “Cascaded digital lattice Boltzmann automata for high Reynolds number flow”, Phys. Rev. E, 73, 066705 (2006).
- (5) 細谷浩之等, “円柱まわりの流れにより発生する音の直接数値計算”, 第 14 回数値流体力学シンポジウム, A09-1, 2000.