

卒業論文要旨

計測実験とのスペクトル適合に基づく

衝突輻射モデルの修正と精度検証

システム工学群

航空エンジン超音速流研究室 1250168 安田 裕貴

1. はじめに

宇宙機が地球に帰還する際、高速で大気圏に突入するため、機体の前方に衝撃波が発生する。機体はその衝撃波からの過酷な加熱に曝され、加熱から機体を保護するため、機体表面には熱防護材が配置される。近年、商業打ち上げも活発になる中で、機体の軽量化や再利用によるコストの削減と試料や乗員などのペイロードの安全性を両立させるためには、数値計算によるより正確な加熱率の予測が重要となる。

大気圏突入時の流れ場は高温低密度であることから、数値計算では流れ場の非平衡性を考慮する必要がある。従来から広く用いられている Park モデル(1)と呼ばれる計算モデルでは、熱化学非平衡性を考慮した流体計算を可能としている。しかし、電子励起状態分布を局所熱力学平衡と仮定しているため、輻射による熱輸送を正確に計算できないという課題がある(2)。そこで浅井による先行研究(3)では、電子励起状態を計算する衝突輻射モデルを組み込むことで、電子励起非平衡性を考慮した計算を行い、輻射強度の予測精度を向上させた。

本研究ではさらなる高精度化のため、計測実験とのスペクトルフィッティングに基づき、衝突輻射モデルの修正を行う。NASA が保有するアーク放電を利用した衝撃波管である Electric Arc Shock Tube (EAST)(4)(5)での実験による測定値と修正したモデルを用いた計算値との比較を行い、修正したモデルの精度を検証した結果について報告する。

2. 数値計算方法

2.1. 流れ場計算

流体計算には以下に示す軸対称 Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \frac{H - H_v}{y} = W \quad (1)$$

ここで、保存量ベクトル Q 、非粘性流束ベクトル F , G 、粘性流束ベクトル F_v , G_v 、軸対称の効果を表すベクトル H , H_v 、および生成項ベクトル W である。計算において考慮する化学種は N , O , N_2 , O_2 , NO , N^+ , O^+ , N_2^+ , O_2^+ , NO^+ , e^- の 11 化学種である。支配方程式の離散化は有限体積法で 2 次精度 MUSCL⁽⁶⁾法を用い、数値流束は SLAU スキーム⁽⁷⁾、粘性流束は 2 次精度中心差分を用いた。

2.2. 衝突輻射モデル

流れ場の電子励起非平衡性を考慮するため、衝突輻射モデル(以下 Collisional-Radiative : CR モデル)を用いる⁽⁸⁾。このモデルでは、まず各化学種、励起準位ごとの自由電子衝突、重粒子衝突による遷移と輻射脱励起の速度定数を計算する。化学種 s の i 励起準位の数密度 $n_{s,i}$ は、保存則を用いて計算される。その後、密度 $\rho_{s,i}$ の生成率 $W_{s,i}$ を次式で求める。

$$W_{s,i} = \sum \text{population processes} - \sum \text{depopping processes} \quad (2)$$

右辺は数密度の単位時間当たりの増減量であり、関わる衝突遷移と脱励起反応の総和で表される。考慮する電子励起状態は 11 化学種、計 219 状態とした。CR モデルの計算は計算量が非常に多いため、流れ場計算 10step ごとに 1 回実行する。

2.3. 輻射輸送計算

吸収係数と放射係数は Matsuyama の構築した計算コード⁽⁹⁾を電子励起非平衡計算用へ拡張し、line-by-line 計算によって求める。輻射による計算セル間のエネルギー輸送によって生じる流れ場の変化を計算するため、セル中心から壁面と衝撃波方向それぞれに光線を引き、接平板近似を用いた輻射輸送方程式を解く。

$$\frac{l}{\kappa_\lambda} \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \frac{\varepsilon_\lambda}{\kappa_\lambda} - I_\lambda \quad (3)$$

ここで、 s は光線に沿った座標、 l は方向余弦($l = \cos \varphi$)、 φ は接平板の垂直軸と光線のなす角、 I_λ は輻射強度である。 ε_λ , κ_λ は放射係数、吸収係数であり、衝突輻射モデルで求めた $\rho_{s,i}$ の関数として計算される。さらにこれらの係数と輻射強度から輻射熱流束の発散量を求め流体計算に還元する。輻射輸送計算は流れ場計算 1000step ごとに 1 回実行する。

2.4. CR モデルの修正法

本研究では電子衝突励起反応に着目して修正を行った。電子衝突励起の衝突断面積は Drawin の衝突断面積⁽¹⁰⁾を採用しており、二つの量子状態間の選択律によって変化する。例として電気双極子許容遷移での定義式を示す。

$$\sigma(i, j; E) = 4\pi a_0^2 \alpha_{ij} f_{ij} \xi \left(\frac{E_H}{E_{ji}} \right)^2 \frac{U_{ji} - 1}{U_{ji}^2} \ln \left(\frac{5}{4} U_{ji} \right) \quad (4)$$

$U_{ji} = E/E_{ji}$ は規格化された電子の運動エネルギー、 a_0 は第一ボーア半径、 E_H は水素の基底状態におけるイオン化エネルギー、 ξ は i 準位での光学電子の数、 f_{ij} は吸収振動子強度を表す。また、無次元パラメータ α_{ij} は実験に一致するように選ぶ必要があり、この値の修正を行うことで輻射遷移に関わる励起種の生成率を変化させた。

修正には安部の開発したベイズ最適化によるフィッティングコード⁽¹¹⁾を用い、衝撃層内の化学種密度を設計変数として輻射スペクトルのフィッティングを行った。目的関数は以下のように定義する。

$$Er = \sum_i \left(\frac{\tilde{I}_{\lambda_i, fit}}{\tilde{I}_{\lambda_i, opt}} - 1 \right)^2 \quad (5)$$

$\tilde{I}_{\lambda_i,fit}$, $\tilde{I}_{\lambda_i,opt}$ はそれぞれ波長点 λ_i におけるフィッティング結果と対象の輻射強度を波長積分値で規格化した値を表す。

フィッティングはCRモデルの結果と分光測定値に対して行い、化学種密度の比率から無次元パラメータ α_{ij} の値を修正した。

3. 計算条件

EAST では平面衝撃波が管内を進行する非定常な流れとなる。本計算では、衝撃層厚さに対して相対的に大きな曲率半径 1m の半球へ向かって極超音速気流が衝突する流れを解析する。主流条件は表 1 に示す EAST で実施された Test59 の Shot 15⁽⁴⁾を用いた。

Table. 1 Mainstream condition

Density [kg/m ³]	Velocity [m/s]	Temperature [K]	Mass fraction	
			N ₂	O ₂
1.69×10^{-5}	8180	273	0.767	0.233

4. 計算結果

数値計算の輻射スペクトルは測定値の条件と一致させるため、式(6)と(7)に示すように輻射輸送方程式を半径方向に積分して算出した輻射強度 $I_\lambda(x)$ を空間平均することで、輻射強度最高点の前後0.02 [m]の領域からの輻射スペクトルの平均値を出力した。

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \varepsilon_\lambda - \kappa_\lambda I_\lambda \quad (6)$$

$$I_{\lambda,avg} = \frac{1}{D_{tube}} \int_{x_{peak-0.02}}^{x_{peak+0.02}} I_\lambda(x) \quad (7)$$

図 1 に修正前の CR モデルから得られた結果を示す。図中の赤線が CR モデル、黒線が分光測定値である。他の色の線は CR モデルの輻射遷移ごとのスペクトル強度を示す。図 1 から分かるように、輻射強度が過大評価されている領域では N₂ 2nd positive と N₂⁺ 1st negative の輻射遷移が支配的である。そのため遷移の上順位側の励起種 N₂(C³Π_u)と N₂⁺(B²Σ_u⁺)の生成に寄与する電子衝突励起反応の無次元パラメータの値の修正を行った。

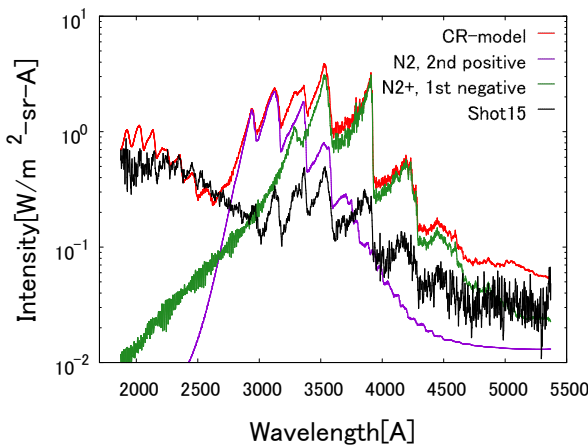


Fig. 1 Spectral intensity of CR model

図 2 に修正 CR モデルと修正前の CR モデルから得られた結果を示す。図中の赤線が修正 CR モデル、青線が修正前の CR モデル、黒線が分光測定値である。左上の数字はそれぞれの色に対応する波長積分値である。波長積分値を測定値と比較すると修正前のモデルは 3.5 倍以上であったが、修正 CR

モデルは 1.3 倍程度になり、差は 90%以上改善したことが分かる。修正前に輻射強度を過大評価していた領域でも修正 CR モデルでは測定値と強度がほぼ一致している。

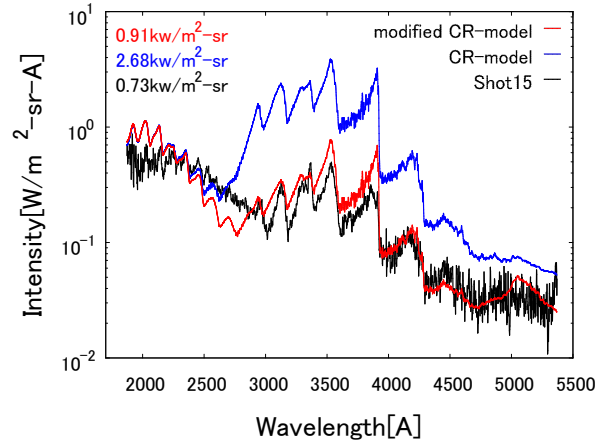


Fig. 2 Comparison of computed spectra with measurement

5. まとめ

大気圏突入時の加熱率予測精度向上を目的として、電子衝突励起反応に着目し、CR モデルの修正を行った。それにより、輻射スペクトルの測定値との差が減少し、測定値により近い結果が得られた。今後このモデルの有効性の評価のため、その他の実験条件を用いて精度を検証する。また、EAST 以外の設備による実験条件を用いてモデルの適応範囲を確認する必要がある。

文献

- (1) Park. C., "Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics", John Wiley and Sons, Inc., New York, (1989).
- (2) Bultel. A., Bruno. G. Chéron., Bourdon. A., Motapon. Anne Bourdon., Schneider. I. F., "Collisional radiative model in air for earth re-entry problems", *Physics of Plasmas*, Vol. 13, issue 4, (2006)
- (3) 浅井友彰, "輻射熱輸送を結合した衝突輻射モデルによる衝撃波管流れの励起非平衡流体計算", 高知工科大学修士学位論文, (2024).
- (4) Cruden. B., "Electric Arc Shock Tube (EAST) Test Data", (<https://data.nasa.gov/docs/datasets/aerothermodynamics/EAST/index.html>), (Retrieved August31,2023)
- (5) A. M. Brandis., B. A. Cruden., "Benchmark Shock Tube Experiments of Radiative Heating Relevant to Earth Re-entry", AIAA paper 2017-1145, (2017).
- (6) Van Leer. B., "Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme V, A Second-Order Sequel to Godunov's Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, No. 3, pp. 101-136,(1979)
- (7) Kitamura. K., Shima. E., "A New Pressure Flux for AUSM-Family Schemes for Hypersonic Heating Computations", AIAA Paper 2011-3056, (2011)
- (8) Ogino. Y., Ohnishi. N., "A Collisional -Radiative Code for Computing Air Plasma in High Enthalpy Flow", *Shock Waves*, Vol. 21, issue 3, pp. 289-299, June, (2011).
- (9) Matsuyama. S., "Numerical Study of Galileo Probe Entry Flowfield", PhD thesis, Tohoku University, (2004).
- (10) H. W. Drawin., "Collision and Transport Cross Sections", Tech. Rep. EUR-CEA-FC-383 revised, Fontenay-aux-Roses, (1967).
- (11) 安部翔太, "スペクトルフィッティングを用いた 極超音速流れ場計算の高精度化へ向けた提案"高知工科大学修士学位論文, (2023).