卒業論文要旨

分散型空間フィルタリングのためのネットワーク設計

Design of Networks for Distributed Spatial Filtering

システム工学群

人工知能システム論研究室　　1250181　渡邉　和広

1. はじめに

複数のサブシステム（以下，ノードという）が接続され，ネットワーク化されたシステムをネットワークシステムという．ネットワークシステムは，センサネットワークをはじめとする様々な応用が期待され，盛んに研究されている．

このネットワークシステムに対して，分散型空間フィルタリング（DSF: Distributed Spatial Filtering）の研究が近年行われている[1][2]．これは，ネットワークシステムの各ノードに信号値が与えられたとき，近傍のノードと情報交換を行って所望の空間周波数特性をもつ信号値を得るというものである．DSF は空間周波数に基づいているため，これを用いることで，信号の空間的な性質を利用できる．

先行研究[1]では，DSF のアルゴリズムを提案し，その有効性を，センサネットワークを用いた実機実験により示した．一方で，システムのネットワーク構造の選び方は検討されていなかった．DSF において，ネットワーク構造は対象とする信号の特性とアルゴリズムの両方に影響するため，DSF に適したネットワーク構造を設計できれば，より効果的なフィルタリングが実現できると期待される．

そこで本研究では，DSF に適したネットワーク構造の設計法の開発を目的とする．

2. 分散型空間フィルタリング

まず，DSF について簡単に紹介する[1][2]．

図 1 に示される，n個のノードからなるネットワークシステム Σ を考える．ノードi $(i \in \{1,2,\dots,n\})$ は，

$$x_i(t+1) = g\left(\left[x_j(t)\right]_{j\in\mathbb{N}_i}, t\right) \tag{1}$$

で与えられる．ここで，$x_i(t)$はノードiの状態，$\left[x_j(t)\right]_{j\in\mathbb{N}_i}$は集合$\mathbb{N}_i$に属する$j$に対して$x_j(t)$を並べたベクトル，$\mathbb{N}_i \subset \{1,2,\dots,n\}$はノード$i$が情報を利用できるノードの添え字集合である．また，gはノードの振舞いを記述する関数である．Σ のネットワーク構造を，頂点集合$\mathbb{V} = \{1,2,\dots,n\}$，辺集合$\mathbb{E}$からなるグラフ$G = (\mathbb{V}, \mathbb{E})$で表す．さらに，全ノードの状態をまとめて$x(t) = [x_1(t)\, x_2(t) \cdots x_n(t)]^{\mathsf{T}}$と表記する．

このシステムΣに対し，フィルタリングされる信号の値が初期状態$x_i(0)$として，各ノード$i \in \mathbb{V}$に与えられるとする．そして，最終状態$x_i(\infty)$をフィルタリング後のノードiの信号の値とすると，Σは関数gに依存した特性をもつフィルタと解釈できる．このとき，$x(\infty)$がグラフ信号[3]とよばれるネットワーク（すなわち，グラフG）上の信号の意味で，所望の空間周波数特性をもつようなgを設計する問題を考える．

文献[1]では，グラフ信号の空間周波数領域におけるフィルタリングを分散的に実現するというアイデアによって，この設計問題の解を与えた．さらに，文献[2]では，より多くの種類のフィルタを扱えるように，文献[1]で提案されたアルゴリズムを以下のマルチホップ型のものに拡張した．

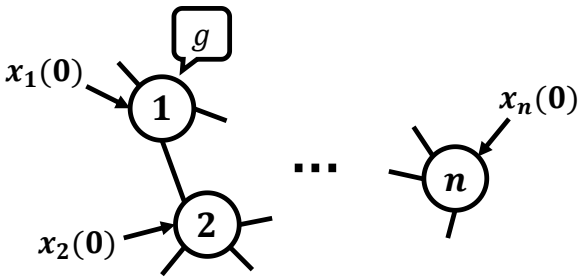

Fig. 1 Networked System Σ

$$x_i(t+1) = \ell_0(t)x_i(t) + \ell_1(t)\sum_{j\in\mathbb{N}_i}(x_j(t) - x_i(t)) + \ell_2(t)\sum_{j\in\mathbb{N}_i}(y_j(t) - y_i(t)) \tag{2}$$

ここで，$\ell_0(t)$, $\ell_1(t)$, $\ell_2(t)$はフィルタ特性を定める時変のゲインであり，$y_i(t) = \sum_{j\in\mathbb{N}_i}(x_j(t) - x_i(t))$である．

3. ネットワークの設計

本研究では，DSF に適したネットワーク構造Gについて考え，その設計法を提案する．

3.1 設計のアイデア

システムΣを考える．ただし，n個のノードは二次元空間内に配置されているとし，ノードi $(i \in \mathbb{V})$ の座標を$p_i = [p_{i1}\ p_{i2}]^{\mathsf{T}}$で表す．また，ネットワーク構造 G は設計パラメータであるとする．このとき，文献[1][2]の方法を用いて DSF を行うことを考え，そのための G を設計する問題を考える．

ネットワーク構造Gの設計指針として，信号の空間周波数に着目する．文献[1][2]の方法では，ネットワーク上の信号の空間周波数に基づいてフィルタリングを行う．この空間周波数はGによって定まるものであり，物理的な空間周波数とは必ずしも一致しない．信号のもつ空間的な性質を利用するためには，後者の空間周波数に基づいてフィルタリングを行うことが望ましい．

そこで，ネットワーク上の信号の空間周波数が物理的な空間周波数に近くなるようにネットワーク構造Gを設計することを考える．ネットワーク上の信号の空間周波数を測る指標として，以下のラプラシアン 2 次形式[3]が知られている．

$$\omega_G(\mathbb{E}, W) = x^{\mathsf{T}}Lx = \sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} w_{i,j}\left(x_i - x_j\right)^2 \tag{3}$$

ここで，Wは(i,j)要素を$w_{i,j}$とする行列，$w_{i,j}$ $(i,j \in \mathbb{V})$はグラフGの辺(i,j)に対する重み，LはGに対するグラフラプラシアンである．一方，物理的な空間周波数として，本研究では単位距離あたりの信号値の変化量の和

$$\omega = \sum_{i,j\in\mathbb{V}} \frac{(x_i - x_j)^2}{\|p_i - p_j\|_2} \tag{4}$$

を考える．このωはGに依存しないことに注意する．式(3)，(4)より，ω_G がωと一致するためには，(i) グラフGの辺の重み$w_{i,j}$ $(i,j \in \mathbb{V})$を$w_{i,j} = 1/\|p_i - p_j\|_2$とし，(ii) Gを完全グラフとすればよい．

3.2 提案法

まず，(i)のために，文献(1)(2)の方法をグラフGが辺の重みWを含む場合に拡張した．

つぎに，(ii)を考える．Gを完全グラフにすると，全ノードが他のノードすべてと通信する必要が生じ，多大な通信コストがかかってしまう．そこで，2 つの空間周波数ω_Gとωの間の誤差を抑えつつGの辺の数を減らすことを試みる．このアイデアを実現するために，次式の評価関数を導入する．

$$J(G) = \|L_{\mathrm{all}} - L\|_F + \alpha \sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} \|p_i - p_j\|_2 \tag{5}$$

ただし，L_{all}は完全グラフに対するグラフラプラシアン，$\|\cdot\|_F$は行列のフロベニウスノルム，αは非負の定数である．式(5)において，Gの辺の重み$w_{i,j}$ $(i,j \in \mathbb{V})$は$w_{i,j} = 1/\|p_i - p_j\|_2$と仮定する．式(5)の右辺の第一項は，2 つの空間周波数ω_Gとωの間の誤差に相当する．式(3), (4)より，ω_GとωはそれぞれLとL_{all}に関する 2 次形式で表せるため，LとL_{all}の間の誤差を評価することで，周波数の誤差を信号値xに依らず評価できる．一方，式(5)の右辺の第二項は，G上で接続されたノード間の距離の和であり，Gの辺の数が少ないほど小さい値をとる．この$J(G)$を最小化することで，周波数の誤差の大きさと辺の数のバランスをとるようなGが得られる．

本研究では，グラフGの構築にϵ近傍法(3)を用い，パラメータϵに関する線形探索を行って，式(5)の$J(G)$を最小化するGを求める方法を提案する．

4 異常検知への応用

提案法の有効性を，センサネットワークによる異常検知への応用を通して検証する．ここでいう異常検知とは，ノード群の中で他とは大きく異なる信号値をもつノードを，分散型のアルゴリズムによって特定することである．

異常検知の方法は以下のとおりである．まず，異常な信号値が信号の空間周波数を増加させると考え，ハイパス特性をもつフィルタ関数を設計する．そして，このフィルタ関数に基づく DSF を行い，空間的なハイパスフィルタ処理を行う．処理後の信号値の絶対値が与えられた閾値を超えたノードを異常な信号値をもつノードとする．この作業を，提案法によって設計されたグラフGに対して行う．

例として，$n = 8$の場合を考える．ノードの配置については後述する．ϵ近傍法のパラメータϵの値を変えてグラフGを構築し，式(5)の評価関数$J(G)$の値を求めた結果を図 2 に示す．ただし，重みαは$\alpha = 0.012$とした．図 2 より，$J(G)$が最小値をとる$\epsilon = 5.36$のときのGを採用する．

得られたグラフGをネットワーク構造とするシステムΣに対し，式(2)を用いた DSF によってあるハイパスフィルタ処理を行った結果が図 3 と図 4 である．ここで，丸がノードの位置，丸同士を結ぶ線がGの辺，鉛直方向の線が信号値x_i $(i \in \mathbb{V})$を表す．また，ノード 4 が異常な信号値をもつとしている．図 3, 4 を見ると，提案法により設計されたGは完全グラフではないことがわかる．さらに，空間的なハイパスフィルタ処理によって，ノード 4 以外の信号値が除去されており，異常を検知できることが確認できる．

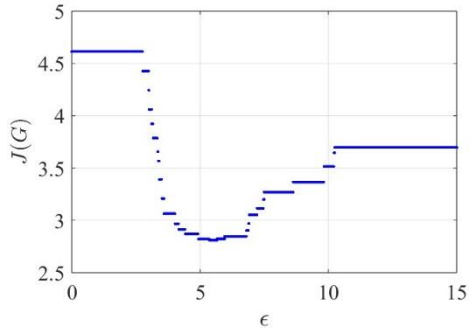

Fig. 2 Relation between ϵ and $J(G)$

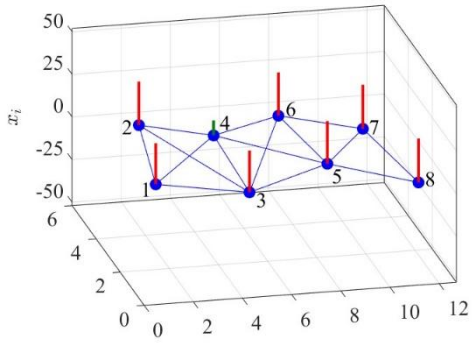

Fig. 3 Initial signal values

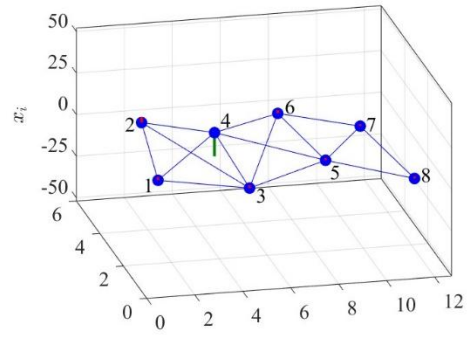

Fig. 4 Signal values obtained using DSF

5 おわりに

本研究では，分散型空間フィルタリングに適したネットワーク構造の設計について検討した．空間周波数に着目した設計法を提案し，その有効性を異常検知への応用により示した．

参考文献

(1) S. Izumi, R. Katayama, X. Xin, and T. Yamasaki. Distributed Spatial Filtering over Networked Systems, *IEEE Control Systems Letters*, Vol. 5, pp. 617–622, 2021.

(2) S. Izumi, X. Xin, and T. Yamasaki. Distributed Spatial Filtering by a Two-Hop Consensus-Type Algorithm, *IEEE Control Systems Letters*, Vol. 7, pp. 3030–3035, 2023.

(3) 田中．グラフ信号処理の基礎と応用，コロナ社，2023.