

区分的線形分離を用いた空飛ぶクルマの経路評価

Evaluation of path planning results for flying cars using piecewise linear separation

システム工学群

人工知能システム論研究室 和田 竜聖

1. 序論

近年、「空飛ぶクルマ」とよばれる、滑走路を必要とせず
に離着陸可能な電動航空機が注目されている。空飛ぶクルマ
が移動手段の1つとして普及することで、都市部の交通渋滞
の緩和や移動時間の短縮につながる⁽¹⁾。

空飛ぶクルマの実用化にあたり、飛行経路の設計は重要な
課題の1つである。空中には道路がないため、適切な経路が
設計されていないと、機体同士が衝突し、搭乗者や機体だ
けでなく、地上にも被害を及ぼす恐れがある。文献⁽²⁾では、
複数の空飛ぶクルマを対象として、ある評価指標に基づく経
路設計手法が提案されている。しかし、そこで得られた経路
の安全性、すなわち各経路の周囲にどの程度の空間的余裕が
確保されているかについては、十分に議論されていない。

そこで本研究では、空飛ぶクルマの飛行経路が2本与えら
れている状況を想定し、それらの安全性を評価することを目
的とする。このために、2本の経路を空間的に分離する平面
の組と、各平面から経路までの距離を求める方法を提案する。
平面の組を求めることにより2本の経路間の境界を明確化
でき、距離の算出により経路の安全性を評価することが可能
となる。さらに、これらの平面の組と距離との関係を解析し、
提案法に対する理論的な保証を与える。以上の結果は、数値
実験により検証する。

2. 問題設定

図1のような、3次元空間内に空飛ぶクルマの経路が2本
存在する状況を考える。2本の経路はそれぞれ n_1, n_2 個の点の
列で表されるとし、これらを以下のように表記する。

$$P_1 := (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1n_1}) \quad (1)$$

$$P_2 := (p_{21}, p_{22}, \dots, p_{2n_2}) \quad (2)$$

ここで、 $p_{1i} \in \mathbb{R}^3 (i \in \{1, 2, \dots, n_1\})$ と $p_{2j} \in \mathbb{R}^3 (j \in \{1, 2, \dots, n_2\})$
は各経路を構成する点の座標である。すべての点の座標をま
とめて $\mathbb{P} := \{p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1n_1}, p_{21}, p_{22}, \dots, p_{2n_2}\}$ と記す。2本の経
路は交わらないと仮定する。

本研究では、(1),(2)式の経路 P_1, P_2 を安全性の観点から評価
することを考える。このために、2台の空飛ぶクルマが外乱
等によって P_1, P_2 から外れたときに、両者が衝突するまで
どの程度余裕があるかを安全性の指標とし、これを評価する
問題を考える。

3. 区分的線形分離による経路評価

3.1 提案法

上記の問題を解くために、サポートベクターマシン(SVM)
⁽³⁾を用いる。SVMとは、与えられた複数のデータ点を、その
クラスに基づいて分離する超平面を求める方法である。分離
する超平面から各データ点までの距離の最小値はマージン

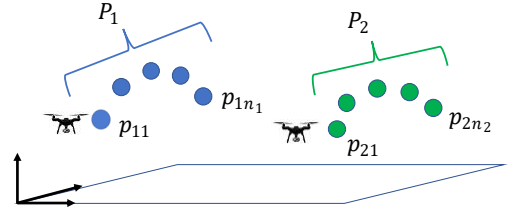


Fig. 1 Two paths for flying cars

とよばれ、マージンを最大化するような超平面が求められる。

このことに着目し、(1),(2)式の経路 P_1, P_2 をそれぞれクラス
1と2、点の座標 $p_{1i} (i \in \{1, 2, \dots, n_1\})$ と $p_{2j} (j \in \{1, 2, \dots, n_2\})$
をそのクラスのデータ点とみなしてSVMを用いれば、得られ
る平面から P_1, P_2 の間の境界が求まり、マージンから距離の
意味における衝突までの余裕が評価できると考えられる。し
かし、 P_1, P_2 によっては単一の平面で分離することはできな
い。加えて、経路を分離できたとしても、衝突までの余裕を
評価すると、結果が保守的になる可能性がある。

そこで本研究では、経路 P_1, P_2 をいくつかの部分経路に分
割し、その部分経路の組に対してSVMを適用する方法を提
案する。経路を適切に分割することで、分割後の経路の組を
それぞれ平面で分離できるようになるとともに、各平面に対
するマージンによって、部分経路ごとに衝突までの余裕を評
価できる。

以下、このアイデアを実現する方法を説明する。経路 P_1, P_2
をそれぞれ m 分割するとし、分割後の部分経路を $P_1^{(i)}, P_2^{(i)} (i \in \{1, 2, \dots, m\})$ と記す。そして、 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)}$ を分離する平面を

$$a^{(i)\top} q + b^{(i)} = 0 \quad (3)$$

とする。ここで、 $q \in \mathbb{R}^3$ は座標であり、 $a^{(i)} \in \mathbb{R}^3$ と $b^{(i)} \in \mathbb{R}$ はパ
ラメータである。 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)} (i \in \{1, 2, \dots, m\})$ が与えられたとき、
マージンを最大化するパラメータ $a^{(i)}, b^{(i)}$ は2次計画問題

$$\begin{aligned} & \min_{a^{(i)} \in \mathbb{R}^3, b^{(i)} \in \mathbb{R}} \|a^{(i)}\| \\ & \text{s.t. } y_j^{(i)} (a^{(i)\top} p_j^{(i)} + b^{(i)}) \geq 1 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n^{(i)}\} \end{aligned} \quad (4)$$

の解として求められる⁽³⁾。ただし、 $p_j^{(i)} \in \mathbb{R}^3$ は部分経路
 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)}$ の点をまとめたときの各点の座標であり、 $n^{(i)}$ は点の
総数である。また、 $y_j^{(i)} \in \{-1, 1\}$ は、部分経路を分離する(3)
式の平面に対し、 $p_j^{(i)}$ が $a^{(i)\top} p_j^{(i)} + b^{(i)} < 0$ を満たすときは-1
をとり、そうでないときは1をとる。これは $p_j^{(i)}$ が部分経路
 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)}$ のどちらの点であるかを表す。(4)式の最適化問題の
解と(3)式からなる平面が部分経路 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)}$ の間の境界となる。
そして、このときのマージンは $1/\|a^{(i)}\|$ となることが知られ

ており、これを用いて衝突までの余裕を評価する。この操作をすべての部分経路 $P_1^{(i)}, P_2^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, m$)に対して行う。

3.2 解析

このようにして得られる m 個の平面によって、 \mathbb{R}^3 は一方の経路の点が属する集合 $\mathbb{S} \subset \mathbb{R}^3$ と他方の経路の点が属する補集合 $\bar{\mathbb{S}}$ に分割される。このとき、つぎの結果が得られる。

定理 1: (1), (2)式の経路 P_1, P_2 と集合 \mathbb{S} を考える。任意の $i \in \{1, 2, \dots, m\}, p \in \mathbb{S}$ に対し、

$$|a^{(i)\top} p + b^{(i)}| \geq 1 \quad (5)$$

が成り立つと仮定する。このとき、任意の $p \in \mathbb{P}$ と $\|\epsilon\| \leq r$ を満たす任意の $\epsilon \in \mathbb{R}^3$ に対し、

$$p \in \mathbb{S} \Leftrightarrow p + \epsilon \in \mathbb{S} \quad (6)$$

が成立するための必要十分条件は正数 r が

$$r < \min_{i \in \{1, 2, \dots, m\}} \frac{1}{\|a^{(i)}\|} \quad (7)$$

を満たすことである。

定理1は、各々の空飛ぶクルマがその経路から逸脱しても、それを含む領域 \mathbb{S} または $\bar{\mathbb{S}}$ に留まれるという意味で、許容可能な逸脱量 $\|\epsilon\|$ を明らかにしている。具体的には、 $\|\epsilon\| \leq r$ および(7)式の条件のもとで、各々の空飛ぶクルマは \mathbb{S} または $\bar{\mathbb{S}}$ に留まり、結果として2台は衝突しないことが保証される。なお、(5)式で与えられる仮定は、経路 P_1, P_2 のいずれかにおいて、各 $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ に対し、(3)式の平面に対応しない部分経路の点とその平面から十分に離れていることを意味する。

3.3 数値実験による検証

図2に示される2本の経路 P_1, P_2 を考える。ここで、 $n_1 := 20, n_2 := 20$ である。

まず、 $m := 1$ の場合を考える。このとき、定理1の仮定が成り立つ。(4)式の最適化問題を解くと、

$$a^{(1)} = [-0.4177 \ 1.1866 \ -0.4814]^\top, b^{(1)} = 3.0474 \quad (8)$$

が得られる。したがって、定理1より、 $1/\|a^{(1)}\| = 0.7424$ が衝突までの余裕となる。

つぎに、 $m := 2$ の場合として、経路 P_1, P_2 を図3のように2分割する。この場合も定理1の仮定が成り立つ。 $i \in \{1, 2\}$ に対し、(4)式の最適化問題を解くと、以下の結果が得られる。

$$a^{(1)} = [-0.3312 \ 0.4196 \ -0.1234]^\top, b^{(1)} = 0.3603 \quad (9)$$

$$a^{(2)} = [-0.0172 \ 0.6376 \ -0.0658]^\top, b^{(2)} = -0.1056 \quad (10)$$

よって、定理1より、 $\min_{i \in \{1, 2\}} 1/\|a^{(i)}\| = 1.5596$ が衝突までの余裕となる。 $m := 1$ に対する結果と比較すると、経路を分割することで、より保守性の低い結果が得られたといえる。

(3), (8)式からなる平面と、(3), (9), (10)式からなる2つの平面を図4(a), (b)にそれぞれ示す。平面によって経路 P_1, P_2 が分離され、 P_1, P_2 の点から領域 \mathbb{S} と $\bar{\mathbb{S}}$ の間の境界までの距離が $\min_{i \in \{1, 2\}} (1/\|a^{(i)}\|)$ で与えられることが確認できる。これは定理1の妥当性を示している。

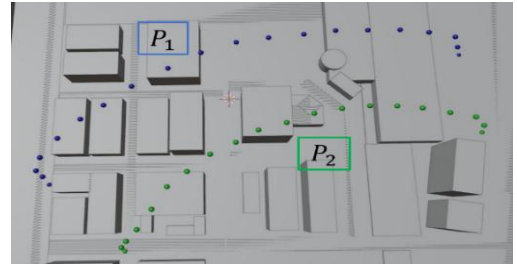


Fig. 2 Paths P_1 and P_2

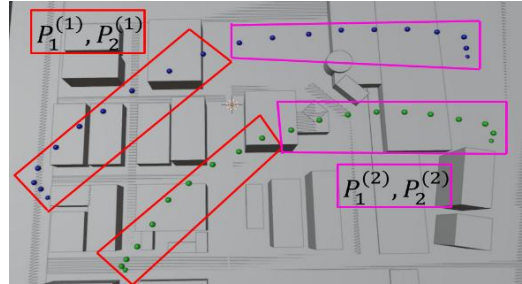
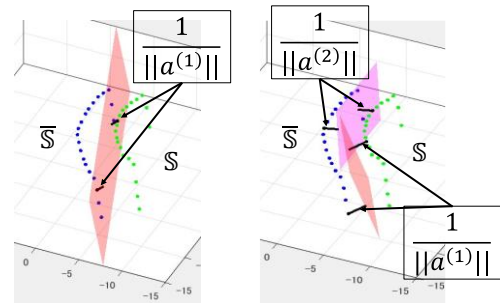


Fig. 3 Partial paths $P_1^{(i)}$ and $P_2^{(i)}$ ($i = 1, 2$)



(a) $m := 1$

(b) $m := 2$

Fig. 4 Evaluation results obtained using the proposed method

4. 結論

本研究では、空飛ぶクルマの2本の飛行経路の安全性を評価する問題を検討した。サポートベクターマシンにおけるデータ点とマージンの関係を用いることにより、2本の経路間の境界と、その境界から経路までの距離を求める方法を提案した。そして、これらの境界と距離に基づき、衝突が生じない経路からの逸脱量に関する条件を導出した。本研究の成果は、空飛ぶクルマの安全な運航に役立つことが期待される。

参考文献

- (1) 国土交通省：空飛ぶクルマの運用概念，<https://www.mlit.go.jp/koku/content/001739488.pdf> (参照 2026-1-23)
- (2) T. Deng, J. Yan, and B. Xu: Multi-Flying Cars Path Planning Strategy Considering Energy Consumption and Time in Urban Environments, *Automotive Innovation*, Vol. 8, pp. 92–112 (2025)
- (3) 福水：カーネル法入門—正定値カーネルによるデータ解析—，朝倉書店 (2010)