

私の理解する鉄筋コンクリート

はじめに

1963年4月、大学院に進学して以来、鉄筋コンクリートに関する著作や論文を読み、自らも研究に従事してきた。鉄筋コンクリートについての必要な知識を得たのは、Phil M. Ferguson 著の教科書「Reinforced Concrete Fundamentals」からである。1996年8月から1年半、University of Texas 滞在中に、その内容を講義できるよう熟読した結果である。その間、Prof. Ferguson の指導による博士論文10数編をすべて読破することができた。これによって、彼の研究スタイルを他の誰よりも理解でき、以後私の研究スタイルは、恩師國分正胤先生と Prof. Ferguson の良いところを合わせたものとなった。

1979年4月、1年間の University of Leeds 滞在から帰国し、山崎 淳博士の指導を得た前川宏一（現東大教授）と卒業論文指導教官として出会い、桜井達美氏から有限要素解析の手ほどきを得た彼と共に、鉄筋コンクリートを統一的に理解する研究を開始した。この研究を続けるうちに徐々に理解が深まり、紆余曲折の後に、私なりの理解が一応の完成をみた。その成果を前川宏一との共著「鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則」として1991年5月、技報堂出版から出版することができた。その本はすでに絶版になってから久しく、手に入れることは困難である。また、その後に、私の理解も幾分かは進んだ。

公務から解放されて、有り余る時間をどのように使うかを考えた挙句、鉄筋コンクリートに関する私の理解を再整理することとした。幸いにも磯部雅彦学長の好意によって、ここに掲載することが可能となったのである。

岡村 甫 2018年1月 記

コンクリートの応力ひずみ曲線

2018 年 2 月 岡村 甫 記

前川モデル

鉄筋コンクリート構造の耐震解析には、コンクリートの応力ひずみ関係を載荷時だけでなく、除荷時および再載荷時に対しても定式化する必要がある。前川宏一〈1〉は、いわゆる前川モデルをコンクリート工学誌 1983 年 5 月号に発表した。圧縮応力下におけるコンクリートの非線形性の原因である微細ひびわれと塑性の影響をそれぞれ別個にモデル化することによって、載荷・除荷・再載荷における応力ひずみ関係を一つの式で表わすことができたのである。このモデルは、平面応力を対象としたものであるが、ここには私が理解できる一軸応力状態についてのみ記述している。

$$S = E_o K (E - E_p)$$

$$S: \text{等価応力} = \sigma'_c / f'_c$$

σ'_c : 圧縮応力

f'_c : 圧縮強度

$$E: \text{等価ひずみ} = \varepsilon'_c / \varepsilon'_{co}$$

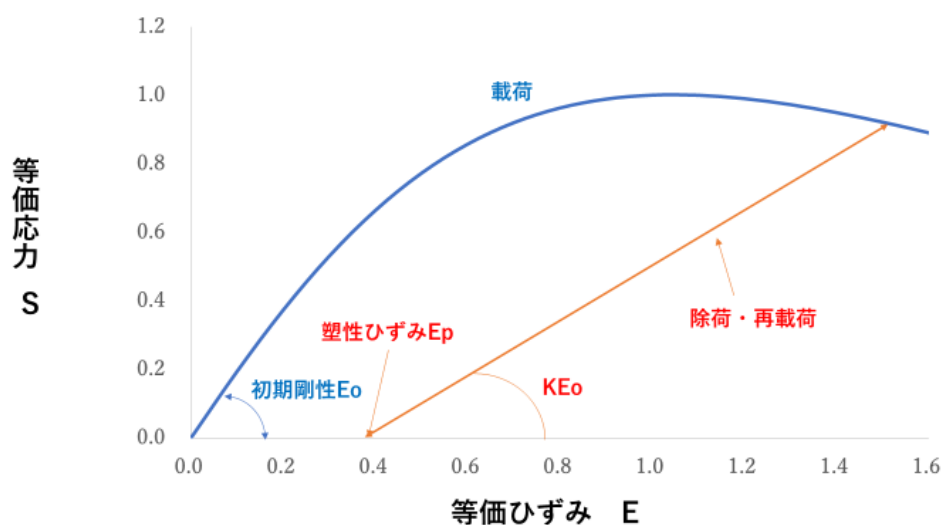
ε'_c : 圧縮ひずみ

ε'_{co} : 圧縮強度に達するときの圧縮ひずみ

E_o : 等価初期弾性係数（実験定数＝2）

K : 破壊パラメータ

E_p : 等価塑性ひずみ



破壊パラメータ K

コンクリートに圧縮応力を加えていくと、徐々に非線形性が表れてくる。Thomas T. C. Hsu 等〈2〉はモルタル部分よりも硬い粗骨材近傍に発生した微細ひびわれが載荷に伴ってモルタル部分に進展することを顕微鏡と X 線を用いて直接観測し、コンクリート非線形とこの微細なひびわれとを関連づけることに成功した。粗骨材のないモルタルや粗骨材が柔らかい軽量粗骨材コンクリートでは非線形性が小さいことの説明にもなっている。前川モデルにおける破壊パラメータは、この現象を表現するために導入したものである。

過去の履歴を超えない限り、コンクリート内部の状態はほとんど変化しないので、除荷曲線は直線で近似できる。この直線の勾配を載荷・除荷の実験によって求めると、初期勾配との比で定義される「破壊パラメータ」を実験的に求めることができる。多くの実験の結果から、破壊パラメータを載荷履歴における過去最大の等価ひずみの関数として、次式の形に表現したのである。

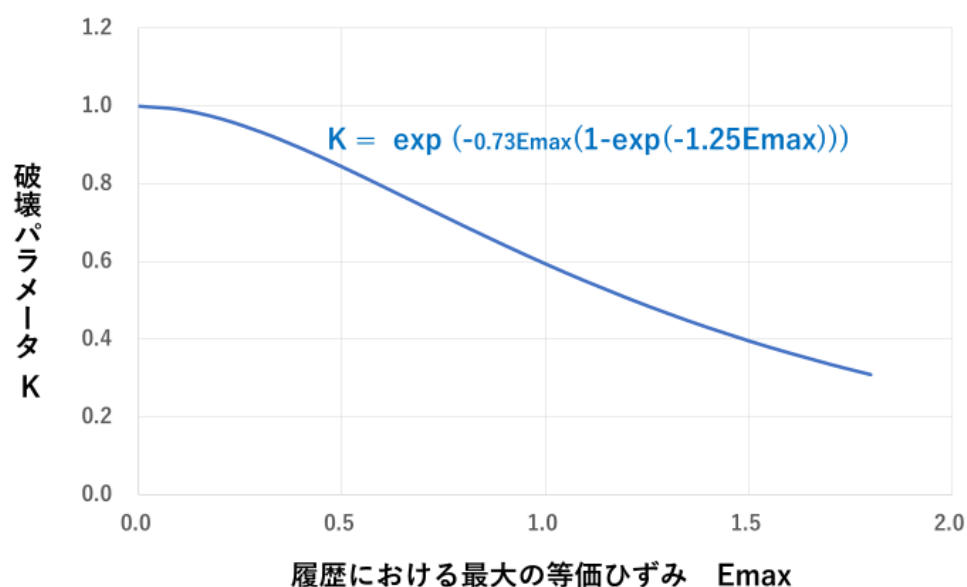
$$K = \exp \left[-0.73 E_{\max} \{1 - \exp(-1.25 E_{\max})\} \right]$$

ここに、

$E_{\max}$: 履歴における最大の等価ひずみ $= \varepsilon'_{\max} / \varepsilon'_{co}$

$\varepsilon'_{\max}$: 載荷履歴における圧縮ひずみの最大値

ε'_{co} : 圧縮強度に達するときの圧縮ひずみ



等価塑性ひずみ E_p

比較的短時間の载荷によっても、除荷後には残留ひずみが認められる。この残留ひずみは、最初の载荷によるひずみを越えない限り、数回程度の繰り返し载荷ではほとんど変化しない。しかし、最初の载荷によるひずみを越えると、残留ひずみは増加する。したがって、载荷・除荷・再载荷の実験を行って、履歴最大の残留ひずみを測定すれば、塑性ひずみと履歴最大ひずみとの関係が求めることができる。なお、比較的短時間の载荷では、過去の履歴を超えない限り、その値はほとんど変化しない。

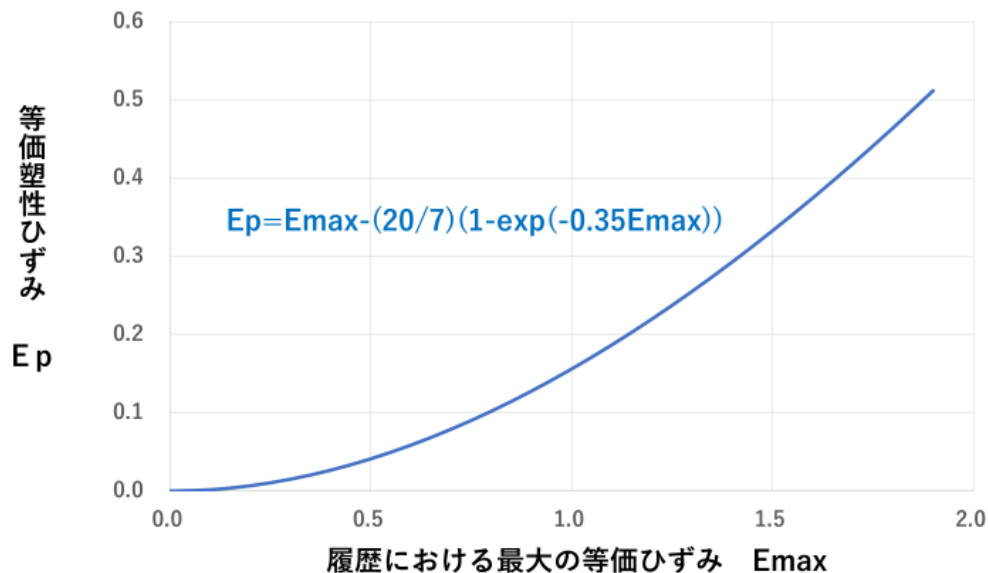
等価塑性ひずみは载荷履歴における過去最大の等価ひずみの関数として、次式のように表すことができたのである。

$$E_p = E_{\max} - (20/7) \{ 1 - \exp(-0.35 E_{\max}) \}$$

ここに、 $E_{\max}$ ：履歴における最大の等価ひずみ

塑性ひずみは本来時間の関数であり、この式は数時間以下の载荷時間の場合に適応可能と思われる。また、塑性ひずみは本来温度の関数でもあり、 $10 - 30^{\circ}\text{C}$ が適用範囲と考えられる。

破壊パラメータと等価塑性ひずみはいずれも過去最大の等価ひずみのみの関数であることから、等価応力は過去最大の等価ひずみのみの関数となる。すなわち、载荷・除荷・再载荷のすべての履歴において等価応力は履歴最大の等価ひずみのみの関数となるのである。



Hognestad

圧縮強度時のひずみを越えた領域までの応力ひずみ関係の定式化を私が初めて知ったのは University of Illinois Bulletin に 1951 年に掲載された Eivind Hognestad 〈3〉の論文からである。応力—ひずみの関係を前川モデルと同じ記号で表すと、次のようになる。

$$E < 1 \text{ の場合: } S = 2E - E^2$$

$$\epsilon_o = 2 f'_c / E_c \cdots (E_c : \text{初期弾性係数})$$

であるので、前式は次式に変換できる。 $S = 2 (E - E^2 / 2)$

ここに、2 は前川モデルにおける等価初期弾性係数 E_o である。

$$E > 1 \text{ の場合: } S = 1 - \{ 0.15 / (\epsilon'_{cu} / \epsilon'_{co} - 1) \} (E - 1)$$

ここに、 ϵ'_{cu} : 最大圧縮ひずみ=0.0038

梅村の e 関数法

梅村魁 〈4〉の e 関数法は、1951 年に日本建築学会論文集に掲載されている。一つの式によって、下降域まで表現でき、前川モデルに用いている等価応力 S を等価ひずみ E の関数で表わす形式となっている。前川モデルは、e 関数法を除荷、再載荷に適用できるように、拡張したものといえる。なお、梅村は、初期弾性係数が幾分大きめに出るので、柱の変形を出す時には注意が必要であるとも述べている。

$$S = 6.75 \{ \exp(-0.812 E) - \exp(-1.218 E) \}$$

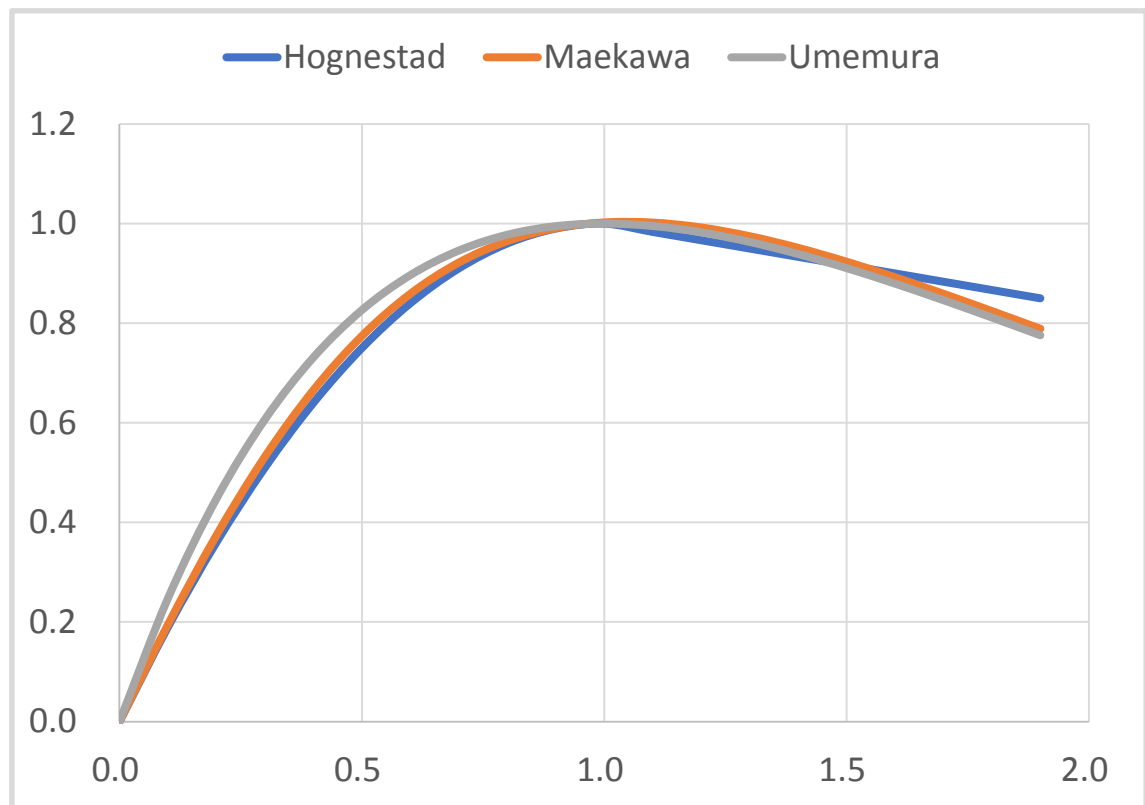
なお、この式は梅村も著者の一人である筆頭著者が武藤 清が 1942 年に日本建築学会論文集 〈5〉に記している次式を梅村自身が改良したものである。

$$\sigma'_c = 1,360 \{ \exp(-400 \epsilon'_c) - \exp(-600 \epsilon'_c) \}$$

用いたコンクリートの圧縮強度 200 kgf/cm^2 でこの式を変換すると、次式を得る。この式は、きわめて簡単で美しい式ではあるが、残念なことに、等価ひずみ E が 1.00 の時に、等価応力 S が 1.007 となるのが欠点である。梅村の e 関数法では、用いる係数を若干変更することによって、等価ひずみ E が 1.00 の時に、等価応力 S が 1.00 となるように修正したと思われる。

$$S = 6.8 \{ \exp(-0.8 E) - \exp(-1.2 E) \}$$

記述した 3 つの式を同じ図に示す。前川モデルは、等価ひずみ E が 1 以下では Hognestad と 1 以上では梅村の式と極めて近い値を与えることが読み取れる。なお、梅村モデルは、確かに初期弾性係数が幾分大きい。



参照した文献

- 〈1〉 前川宏一、岡村 甫：弾塑性破壊モデルに基づくコンクリートの平面応力構成則、コンクリート工学、Vol21, No. 5, 1983. 5
- 〈2〉 Thomas T. C. Hsu, Floyd O. Slate, Gerald M. Sturman, and George Winter : Microcracking of Plain Concrete and the Shape of the Stress-Strain Curve, ACI Journal Proceedings, Vol. 60, 1963. 2
- 〈3〉 Eivind Hognestad : A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members, University of Illinois Bulletin No. S99, 1951
- 〈4〉 梅村 魁：鋼筋コンクリート梁の塑性変形及び終局強度、日本建築学会論文集、4 2 巻、pp. 59-71, 1951
- 〈5〉 武藤 清、梅村 魁、酒井良男、島田専右、松浦 誠：大なる変形を受くる大鉄筋コンクリート材に関する理論的研究（第1報）建築学会論文集、第26号、1942. 8

以上