「2022 年度高知県高等学校数学コンクール 問題と解答」

$\boxed{1}$ n を 3 以上の整数とし，n 桁の整数 $1\underbrace{000\cdots000}_{n-2\text{個}}1$ を $A(n)$ とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $A(13)$ を $A(4)$ で割った余りを求めよ。

(2) 2020 以上 2025 以下の 6 個の整数をそれぞれ素因数分解せよ。

(3) $3 \leqq k \leqq 2021$ の整数 k のうち，$A(k)$ が $A(2022)$ の約数であるような k を全て求めよ。

$\boxed{2}$ △ABC の内部に点 P をとり，各頂点 A, B, C と P を結ぶ直線が対辺と交わる点をそれぞれ A′, B′, C′ とする。このとき △ABC と △A′B′C′ の面積をそれぞれ S, S' とすると

$$S' \leqq \frac{1}{4}S$$

が成り立つことを示せ。

$\boxed{3}$ 1 から 16 の整数を，8 個ずつの $A=\{a_1, a_2, \cdots, a_8\}$, $B=\{b_1, b_2, \cdots, b_8\}$ 2 組に分け，$\boxed{\text{表 1}}$のような表をつくり，できた 8×8 のマス目に次の（規則★）にしたがって●または×を入れる。

（規則★）(i, j) のマス目には，a_i+b_j を 17 で割った余りが A に属すれば●を入れ，属さなければ×を入れる。

このとき，どの縦の列も横の列も●の個数が等しくなるような 2 組の分け方をすべて求めよ。

なお，$\boxed{\text{表 2}}$は，$A=\{1,2,3,4,9,11,13,15\}$, $B=\{5,6,7,8,10,12,14,16\}$ の場合の例である。

表 1

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
b_1								
b_2								
b_3								
b_4								
b_5								
b_6								
b_7								
b_8								

表 2

	1	2	3	4	9	11	13	15
5	×	×	×	●	×	×	●	●
6	×	×	●	×	●	×	●	●
7	×	●	×	●	×	●	●	×
8	●	×	●	×	×	●	●	×
10	●	×	●	×	●	●	×	×
12	●	×	●	×	●	×	×	×
14	●	×	×	●	×	×	×	×
16	×	●	●	●	×	×	×	×

$\boxed{4}$ 数列 $\{f_n\}$ を $\{f(n)\}$ とかくことにする。任意の自然数 m, n に対して，

$$f(mn) = f(m) + f(n) \qquad (\text{イ})$$

を満たす数列 $\{f(n)\}$ としては $\{c\log_a n\}$ (a, c は定数で，$a > 0,\ a \neq 1$) を考えるのは自然である。このとき，$a = 2$ としても一般性を失わない。なぜなら，

$$c\log_a n = c\frac{\log_2 n}{\log_2 a} = \frac{c}{\log_2 a}\log_2 n$$

であり，$\dfrac{c}{\log_2 a}$ が定数だからである。さて，$\{c\log_2 n\}$ (c は定数) が (イ) を満たす数列としては自然なのだが，他にこのような数列は存在しないのだろうか。以下ではそれを考えてみよう。

(1) (イ) を満たす任意の数列 $\{f(n)\}$ に対して，$f(1) = 0$ および $f(m^k) = kf(m)$ が成り立つことを示せ。なお，ここで，m は任意の自然数で，k は任意の 0 以上の整数である。

(2) $n = p_1^{e_1}p_2^{e_2}\cdots p_r^{e_r}$ ($p_1, p_2, \cdots, p_r$ は相異なる素数で，$e_1, e_2, \cdots e_r$ は 0 以上の整数である。また，r は自然数である。) とする。このとき，

$$E(n) = e_1 + e_2 + \cdots + e_r$$

と定めると，数列 $\{E(n)\}$ は (イ) を満たすこと，すなわち

$$E(mn) = E(m) + E(n) \qquad (m, n \text{ は任意の自然数})$$

を満たすことを示せ。

(3) (2) の $\{E(n)\}$ は単調減少でも単調増加でもないことを証明せよ。なお，ここで数列 $\{f(n)\}$ が単調増加であるとは，$n < n'$ を満たす任意の自然数 n, n' に対して $f(n) \leqq f(n')$ が成り立つことをいう。また，数列 $\{f(n)\}$ が単調減少であるとは，$n < n'$ を満たす任意の自然数 n, n' に対して $f(n) \geqq f(n')$ が成り立つことをいう。

(4) (2), (3) によると，$\{E(n)\}$ は (イ) を満たすという点では $\{c\log_2 n\}$ (c は定数) と似ているが，単調増加でも単調減少でもないから，$\{c\log_2 n\}$ とは 大きく異なるものにみえる。それでは，(イ) を満たす $\{f(n)\}$ のうち，以下の条件 (P) を満たすものは $\{c\log_2 n\}$ のみだろうか。$\{c\log_2 n\}$ のみならそれを証明し，$\{c\log_2 n\}$ とかけないものが存在するなら，その例を一つあげよ。

(P) $n \geqq 10^{100}$ を満たす任意の自然数 n について $f(n) = c\log_2 n$ が成り立つ。

$\boxed{5}$ n を 2 以上の自然数とし，以下の操作を考える。

(i) n が偶数ならば，n を 2 で割る

(ii) n が奇数ならば，n に 1 を加える

与えられた 2 以上の自然数 n に対してこの操作を行い，得られた自然数が 1 でなければ，得られた自然数にこの操作を繰り返し，1 になるまで繰り返す。

たとえば，$n = 7$ から始めると

$$7 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$$

である。

(1) 2 以上の自然数 n に対して，この操作を繰り返すことで，最後は必ず 1 になることを証明せよ。

(2) n から始めて 1 が得られるまでの上記の操作の回数を $f(n)$ と表す。たとえば，$n = 7$ のときは，$f(7) = 4$ である。

また，$g(n)$ を

$$g(n) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n)$$

と定める。ただし，$f(1) = 0$ と定義する。このとき，$g(6)$ を求めよ。

(3) (2) で定めた $g(n)$ に対して，N を自然数とするとき，$g(4N)$ を，$g(2N)$, $g(N)$, N を用いて表せ。

(4) (2) で定めた $g(N)$ に対して，$g(48)$ を求めよ。

$\boxed{1}$ の解答

(1)　実際に筆算を行うと，2 余る．

(2)　$2020=2^2\times5\times101$
$2021=43\times47$
$2022=2\times3\times337$
$2023=7\times17^2$
$2024=2^3\times11\times23$
$2025=3^4\times5^2$

(3)　$A(2022)=10^{2021}+1$，$A(k)=10^{k-1}+1$ であり，$l=k-1$ とおく．さらに，2021 を l で割ったときの商を q，余りを r とすると，

$$2021=lq+r\ (0\leqq r<l)$$

と表される．

$$\begin{aligned}A(2022)&=10^{2021}+1\\&=10^{lq+r}+1\\&=(10^l)^q\times10^r+1\\&=(A(k)-1)^q\times10^r+1\end{aligned}$$

$(A(k)-1)^q$ を展開して，整理すると，

$$A(2022)=A(k)\times\boxed{\text{整数}}+(-1)^q10^r+1$$

となる．以降，$N=(-1)^q10^r+1$ について考える．

・q が偶数のとき，

$N=10^r+1$ であり，$0<N<A(k)$ であるから，$A(k)$ は $A(2022)$ の約数ではない．

・q が奇数のとき，

$N=-10^r+1$ であり，

$r=0$ ならば，$N=0$ となり，$A(k)$ は $A(2022)$ の約数である．

$r>0$ ならば，$N=-10^r+1<0$ となり，$A(2022)$ を $A(k)$ で割った余りは

$$N+A(k)=10^l-10^r+2(<A(k))$$

である．このとき，$0<r<l$ であることから，$0<N+A(k)$ となり，$A(k)$ は $A(2022)$ の約数ではない．

従って，$A(k)$ が $A(2022)$ の約数であるのは，

$2021=lq$，q は奇数

となるときに限る．(2)より，

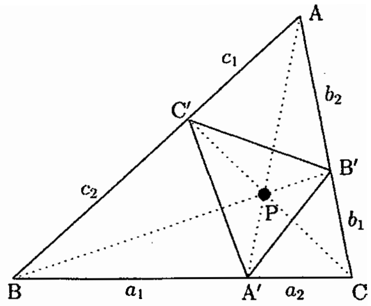
$2021=43\times47$

であるから，$l=43, 47$ である．よって，求める k は

$k=44, 48$．

$\boxed{2}$ の解答

$a=\mathrm{BC},\ b=\mathrm{CA},\ c=\mathrm{AB}$ とおき，図のように $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ をとる．



このとき

$$\triangle \mathrm{AB'C'} = \frac{b_2}{b}\cdot\frac{c_1}{c}S = \frac{b_2c_1}{bc}S,$$
$$\triangle \mathrm{BC'A'} = \frac{c_2}{c}\cdot\frac{a_1}{a}S = \frac{c_2a_1}{ca}S,$$
$$\triangle \mathrm{CA'B'} = \frac{a_2}{a}\cdot\frac{b_1}{b}S = \frac{a_2b_1}{ab}S$$

であるから

$$S' = S - \left(\frac{b_2c_1}{bc}S + \frac{c_2a_1}{ca}S + \frac{a_2b_1}{ab}S\right) = \left(1 - \frac{ab_2c_1 + bc_2a_1 + ca_2b_1}{abc}\right)S$$

が成り立つ．

$$1 - \frac{ab_2c_1 + bc_2a_1 + ca_2b_1}{abc} = \frac{abc - ab_2c_1 - bc_2a_1 - ca_2b_1}{abc}$$

であり

$$\begin{aligned}(\text{分子}) &= (a_1+a_2)(b_1+b_2)(c_1+c_2)\\ &\qquad -(a_1+a_2)b_2c_1 - (b_1+b_2)c_2a_1 - (c_1+c_2)a_2b_1\\ &= a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2\end{aligned}$$

であるから

$$S' = \frac{a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2}{abc}S$$

が成り立つ．よって

$$\frac{a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2}{abc} \leqq \frac{1}{4}$$

を示せばよい．ここでチェバの定理より

$$\frac{a_1}{a_2}\cdot\frac{b_1}{b_2}\cdot\frac{c_1}{c_2} = 1$$

だから $a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2$．よって

$$\begin{aligned}a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2 &= \sqrt{a_1b_1c_1a_2b_2c_2} = \sqrt{a_1a_2}\sqrt{b_1b_2}\sqrt{c_1c_2}\\ &\leqq \frac{a_1+a_2}{2}\cdot\frac{b_1+b_2}{2}\cdot\frac{c_1+c_2}{2} = \frac{abc}{8}\end{aligned}$$

が成り立つ．したがって

$$\frac{a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2}{abc} \leqq \frac{1}{8}\cdot 2 = \frac{1}{4}$$

が得られる．

$\boxed{3}$ の解答

1 から 16 の整数を，$A=\{a_1, a_2, \ldots, a_8\}$, $B=\{b_1, b_2, \ldots, b_8\}$ の 2 組に分割する（$|A|=|B|=8, A\cap B=\emptyset$）. 次の規則に従って, 8×8 の表のマス目に●あるいは×を入れる .

規則：(i,j) のマス目には, a_i+b_j を 17 で割った余りが A の元なら●, B の元なら×を入れる .

このとき, どの行（横の並び）も列（縦の並び）も●の個数が等しくなるような分割をすべて求めよ.

解. 以下, 表や合同式における計算は 17 を法として行う. まず, 問題の表を拡張し, 横に $a_1, a_2, \ldots, a_8$, 0, $b_1, b_2, \ldots, b_8$ を, 縦に $a_1, a_2, \ldots, a_8$ を並べ, 問題の規則と同様にマス目に●か×を入れる . 表のうち，0 の列より左の部分を表 (A,A), 右の部分を表 (A,B) と呼ぶことにする.

下の図は $A=\{1,2,3,4,9,11,13,15\}$, $B=\{5,6,7,8,10,12,14,16\}$ の場合の例.

	1	2	3	4	9	11	13	15	0	5	6	7	8	10	12	14	16
1	×	×	●	×	×	×	×	×	●	●	●	●	●	×	●	×	●
2	×	●	●	×	×	●	●	×	●	●	×	●	×	×	×	/	●
3	●	●	●	×	●	×	●	×	●	×	×	×	×	●	×	×	●
4	×	×	×	×	×	●	×	●	●	●	●	●	×	×	●	●	×
9	/	×	●	×	●	●	×	×	●	●	×	×	×	×	●	●	●
11	×	●	×	●	●	●	●	×	●	×	×	×	×	×	●	×	●
13	×	●	●	×	×	●	×	×	●	×	×	●	●	×	●	●	×
15	×	×	×	●	×	×	×	×	●	●	●	●	●	●	×	●	×

拡張した表において, 整数 k の列の●の個数を $f(k)$, 整数 k の行の●のうち, 表 (A,B) にあるものの個数を $g(k)$ とする. このとき $f(k)$ は, A の 2 つの元の組でちょうど k だけ離れているようなものの個数に等しい. とくに $f(k)=f(-k)$ が成り立つ.

また, 表の各行には●は 8 個あり, うち 1 つは 0 の列にある. 表 (A,A) は縦横の入れ替えに対して対称だから

$$k\in A \quad\Longrightarrow\quad g(k)=7-f(k) \tag{$\star$}$$

が成り立つ.

さらに, 条件をみたす分割に対して, 整数 k と $-k$ は同じグループに属する. 実際, そうでないとすると $k\in A$, $-k\in B$ としてよい. このとき

$$f(k)=f(-k), \quad g(k)=7-f(k)=7-f(-k)$$

であるから, $f(-k)$ と $g(k)$ の偶奇は異なる. よって, 表 (A,B) において k の行と $-k$ の列の●の個数は異なるから矛盾.

次に以下の補題を示す.

補題. k を整数とする．条件をみたす分割に対して

$$f(k)\text{ が奇数} \quad\Longleftrightarrow\quad \frac{k}{2}\in A.$$

ただし，$\dfrac{k}{2}$ は $2x\equiv k$ をみたす整数 x のことである．

補題の証明．拡張した表において，整数 p の行と整数 q の列が交わるマスを $[p,q]$ で表す．整数 l,m が $l+k\equiv m$ をみたすとき $(-m)+k\equiv -l$ だから

$$\begin{aligned}
\text{マス }[l,k]\text{ があり，そこの記号が●} &\Longleftrightarrow\quad l,m\in A\\
&\Longleftrightarrow\quad -l,-m\in A\\
&\Longleftrightarrow\quad \text{マス }[-m,k]\text{ があり，そこの記号が●}
\end{aligned}$$

が成り立つ（つまり，k の列のうち $[l,k]$ と $[-m,k]$ に入る記号は一致する）．

このことから，マス $[l,k]$ と $[-m,k]$ が一致しない限り，各列で●はペアになって現れる．よって，$f(k)$ が奇数ならば $l+k\equiv m$ をみたすある $l,m\in A$ に対して $l\equiv -m$ となる．このとき $k\equiv m-l\equiv 2m$ だから $\dfrac{k}{2}\equiv m\in A$ である．

逆に $\dfrac{k}{2}\in A$ ならば，$m=\dfrac{k}{2}$ とおくと $\pm m\in A$．また $2m=k$ より $(-m)+k=m$ だから，マス $[-m,k]$ には●が入る．このマス以外では●はペアで現れるから，$f(k)$ は奇数である． $\square$

上の補題を用いて，条件をみたす分割が

$$A=\{\pm1,\pm2,\pm4,\pm8\},\quad B=\{\pm3,\pm5,\pm6,\pm7\}$$

あるいはこれらの入れ替わりであることを示す．

A,B が条件をみたすとする．まず，A,B の元をすべて n 倍（n は 17 の倍数でない数）してもやはり条件をみたすから，$1\in A$ としてよい．このとき $-1\in A$ である．

いま，表 (A,A) の各行・各列の●の個数，表 (A,B) の各行・各列の●の個数はそれぞれ等しい．それらを a,b とおく．$(\star)$ より a,b の偶奇は異なる．

(i) a が奇数のとき

このとき $1\equiv 2\cdot(-8)$ と補題より $-8\in A$．すると $-4\in A$, $-2\in A$ となるから $A=\{\pm1,\pm2,\pm4,\pm8\}$ であり $B=\{\pm3,\pm5,\pm6,\pm7\}$ である．逆に，この分割は条件をみたす．

	1	−1	2	−2	4	−4	8	−8	0	3	−3	5	−5	6	−6	7	−7
1	●	×	×	●	×	×	●	×	●	●	●	×	●	×	×	●	×
−1	×	●	●	×	×	×	×	●	●	●	●	●	×	×	×	×	●
2	×	●	●	×	×	●	×	×	●	×	●	×	╱	●	●	●	×
−2	●	×	×	●	●	×	×	×	●	●	×	×	×	●	●	×	●
4	×	×	×	●	●	×	×	●	●	×	●	●	●	×	●	×	×
−4	×	×	●	×	×	●	●	×	●	●	×	●	●	●	×	×	×
8	●	×	×	×	×	●	●	×	●	×	×	●	×	×	●	●	●
−8	×	●	×	×	●	×	×	●	●	×	╲	×	●	●	×	●	●

(ii) a が偶数のとき

このとき b は奇数である．まず $1 \equiv 2\cdot(-8)$ と補題より $-8 \in B$. よって, 再び補題より $-4 \in A$, $-2 \in B$ である．したがって $\pm 1, \pm 4 \in A$, $\pm 2, \pm 8 \in B$.

$3 \in A$ ならば, $3 \equiv 2\cdot(-7)$ と補題より $-7 \in B$. すると $-7 \equiv 2\cdot 5$ と補題より $5 \in A$. すると $5 \equiv 2\cdot(-6)$ と補題より $-6 \in B$. したがって

$$A = \{\pm 1, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}, \quad B = \{\pm 2, \pm 6, \pm 7, \pm 8\}$$

となるが, これは条件をみたさない（例えば 2 の列の●は 5 個, 6 の列の●は 3 個）.

$3 \in B$ ならば, 上と同様にして

$$A = \{\pm 1, \pm 4, \pm 6, \pm 7\}, \quad B = \{\pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 8\}$$

となるが, これも条件をみたさない（例えば 2 の列の●は 3 個, 3 の列の●は 5 個）.

以上より, 条件をみたす分割は

$$A = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\}, \quad B = \{\pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7\}$$

および, これらの集合の元をすべて n 倍（n は 17 の倍数でない整数）したものであるが, それは上のものと A, B を入れ替えたものしかない. $\square$

$\boxed{4}$ **の解答**

(1) (イ) において、$m=n=1$ とすると、$f(1)=f(1)+f(1)$ なので、$f(1)=0$ である。また、m を任意の自然数とする。$f(m^k)=kf(m)$ を k についての数学的帰納法で示そう。$k=0$ のとき $f(m^0)=f(1)=0,\ kf(m)=0\cdot f(m)=0$ なので、成り立つ。$k=\ell$ ($\ell \geqq 0$ は整数) のとき成り立つとする。$k=\ell+1$ のとき、

$$f(m^k)=f(m^{\ell+1})=f(m\cdot m^\ell)=f(m)+\ell f(m)=(\ell+1)f(m)=kf(m)$$

なので、成り立つ。

(2) m,n は任意の自然数とする。このとき、ある自然数 r と素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ と 0 以上の整数 $d_1,\cdots,d_r,\ e_1,\cdots,e_r$ が存在して、$m=p_1^{d_1}\cdots p_r^{d_r},\ n=p_1^{e_1}\cdots p_r^{e_r}$ となる。このとき

$$\begin{aligned}
E(mn)&=E(p_1^{d_1+e_1}\cdots p_r^{d_r+e_r})\\
&=(d_1+e_1)+\cdots(d_r+e_r)\\
&=(d_1+\cdots+d_r)+(e_1+\cdots+e_r)\\
E(m)+E(n)&=E(p_1^{d_1}\cdots p_r^{d_r})+E(p_1^{e_1}\cdots p_r^{e_r})\\
&=(d_1+\cdots+d_r)+(e_1+\cdots+e_r)
\end{aligned}$$

なので、示せた。

(3) $E(1)=0,\ E(4)=2,\ E(5)=1$ なので、単調減少でも単調増加でもない。

(4) (イ) と条件 (P) を満たす $\{f(n)\}$ は $\{c\log_2 n\}$ のみである。以下ではそれを証明する。示すべきことは、$1\leqq \ell<10^{100}$ を満たす任意の自然数 ℓ について、$f(\ell)=c\log_2\ell$ となることである。$\ell=1$ のときは (1) より $f(1)=0$ なので、成り立っている。$\ell\geqq 2$ とすると、$\ell^k\geqq 10^{100}$ となる自然数 k が存在する。このとき、(1) より、$f(\ell^k)=kf(\ell)$ である。また、条件 (P) より、$f(\ell^k)=c\log_2\ell^k=kc\log_2\ell$ である。よって、$kf(\ell)=kc\log_2\ell$ であり、$k\neq 0$ だから、$f(\ell)=c\log_2\ell$ である。以上より示せた。

$\boxed{5}$ の背景と解答

※ 問題のテーマ：コラッツ予想の類似

有名な予想である「コラッツ予想」について、類似の問題を考えることで、
整数問題に親しみ、理解を深めてもらえればという意図がある。

（解答）

（1）　以上の自然数　　に対して、与えられた操作を繰り返すことで、
最後は　になることを数学的帰納法で証明する。

（Ⅰ）$n=2$ のとき

$$2 \to 1$$

より、題意は成り立つ。

（Ⅱ）　が k 以下の自然数の時、題意が成り立つと仮定する（$k \geqq 2$）。

（ⅰ）$n=k+1$ のとき

$k+1$ が偶数のときは、

$$k+1 \to \frac{k+1}{2}$$

であり、$\dfrac{k+1}{2}$ は k 以下の自然数であるため、与えられた操作を繰り返すと　になる。

（なぜなら、$k+1=2m$ とすると、$k=2m-1$ であり、$\dfrac{k+1}{2}=\dfrac{2m}{2}=m \leqq 2m-1=k$）

（ⅱ）$k+1$ が奇数のとき、

$$k+1 \to k+2 \to \frac{k+2}{2}$$

であり、$\dfrac{k+2}{2}$ は k 以下の自然数であるため、与えられた操作を繰り返すと　になる。

（なぜなら、$k+1=2m+1$ とすると、$k=2m$ であり、$\dfrac{k+2}{2}=\dfrac{2m+2}{2}=m+1 \leqq 2m=k$）

以上より、　以上のすべての自然数　　に対して、与えられた操作を繰り返すことで、
最後は　になることが証明された。

（2）直接求めることで、

$f(2)=1$，$f(3)=3$，$f(4)=2$，$f(5)=5$，$f(6)=4$ より、

$g(6)=0+1+3+2+5+4=15$

（３） $g(4N)=f(1)+f(2)+f(3)+\cdots\cdots+f(4N)$

ここで、

$f(1)$， $f(2)$， $\cdots\cdots$， $f(N)$， $f(N+1)$， $\cdots\cdots$， $f(2N)$， $f(2N+1)$， $\cdots\cdots$， $f(4N-1)$， $f(4N)$

について、

$f(2N+2)=f(N+1)+1$

$f(2N+1)=f(2N+2)+1=f(N+1)+1+1=f(N+1)+2$ より、

$f(2N+1)+f(2N+2)=2f(N+1)+3$

同様に

$f(2N+4)=f(N+2)+1$

$f(2N+3)=f(N+2)+2$

$\cdots\cdots$ $\cdots\cdots$

$\cdots\cdots$ $\cdots\cdots$

$f(4N)=f(2N)+1$

$f(4N-1)=f(2N)+2$

よって、

$g(4N)=f(1)+\cdots+f(2N)+2\{f(N+1)+f(N+2)+\cdots+f(2N)\}+3N$ となり、

$$\begin{aligned}g(4N)&=g(2N)+2\{g(2N)-g(N)\}+3N\\&=3g(2N)-2g(N)+3N\end{aligned}$$

ゆえに、求める関係式は、

$g(4N)=3g(2N)-2g(N)+3N$

（４） $48=4\times12$ より、

$g(48)=3g(24)-2g(12)+3\times12$

ここで、

$24=4\times6$， $12=4\times3$ より、

$g(24)=3g(12)-2g(6)+3\times6$

$g(12)=3g(6)-2g(3)+3\times3$

$g(6)=15$， $g(3)=4$ より

$g(12)=46$， $g(24)=126$

したがって、

$g(48)=3\times126-2\times46+36=322$ （解答終）

（別解）関係式 $g(2N)=2g(N)+3N-2$ を用いる方法もあるが、

この関係式を自力で導くことは難しいため、

本問では、関係式 $g(4N)=3g(2N)-2g(N)+3N$ への誘導とした。