

量子アニーリングの基礎と応用

東工大

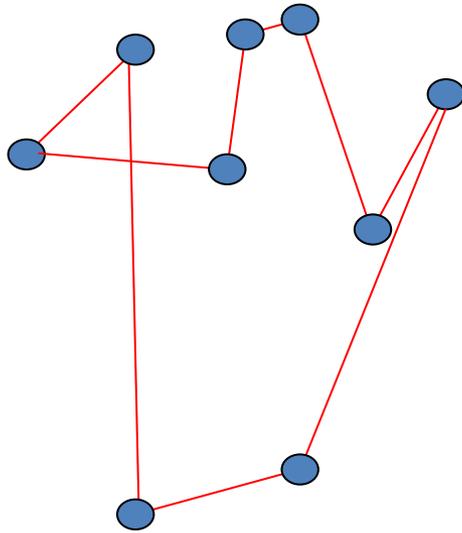
西森 秀稔

量子アニーリング

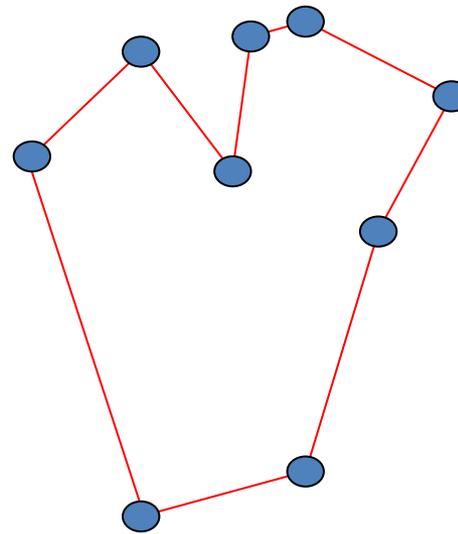
--目的と基本的な考え方--

組み合わせ最適化問題

- 巡回セールスマン問題



配位 1



配位 2

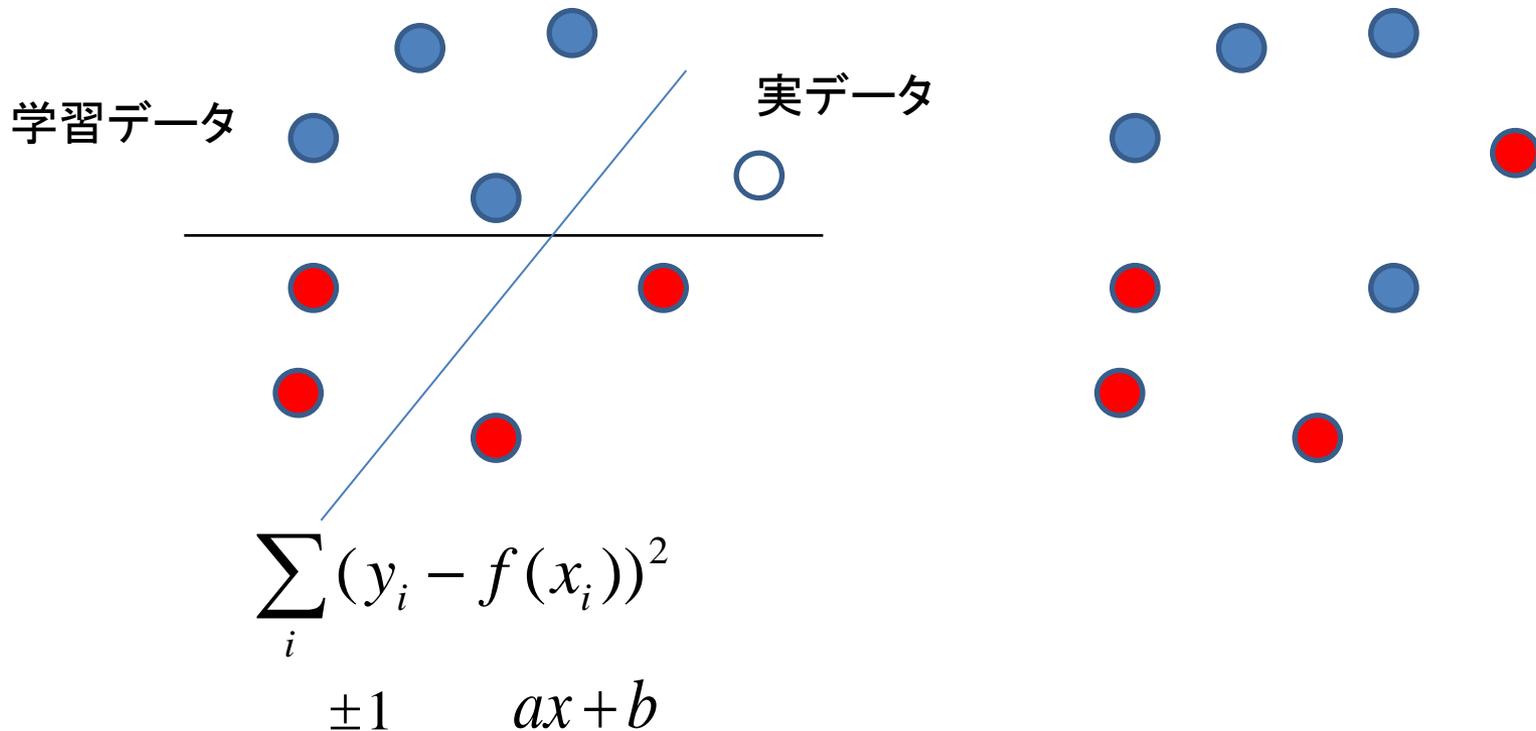
コスト関数(=経路長)の最小化

組み合わせ最適化問題

- タンパク質の折りたたみ

組み合わせ最適化問題

- 機械学習(分類, パターン認識など)



組み合わせ最適化問題

多変数1価関数の最小化

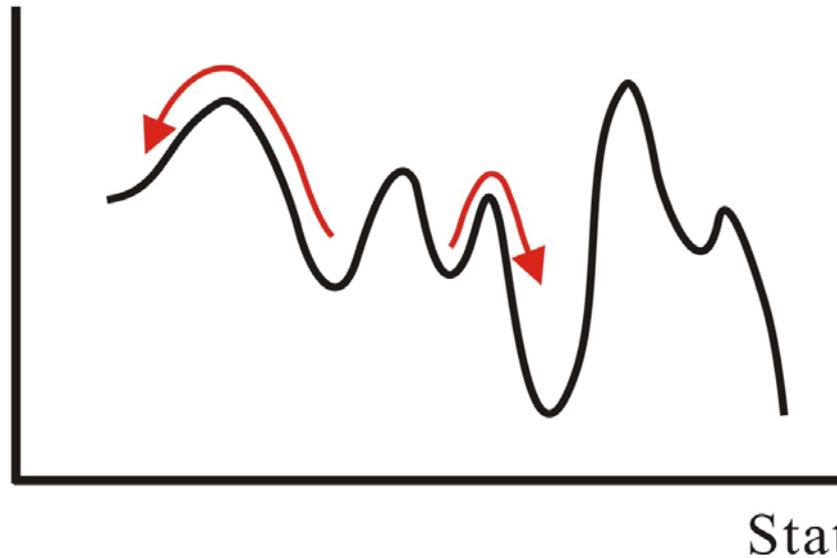
(=イジング模型のエネルギー最小状態)

$$H = -\sum J_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (\sigma_i = \pm 1)$$

シミュレーテッド・アニーリング (SA)

- 汎用近似解法
- 熱ゆらぎによる状態探索

Cost function

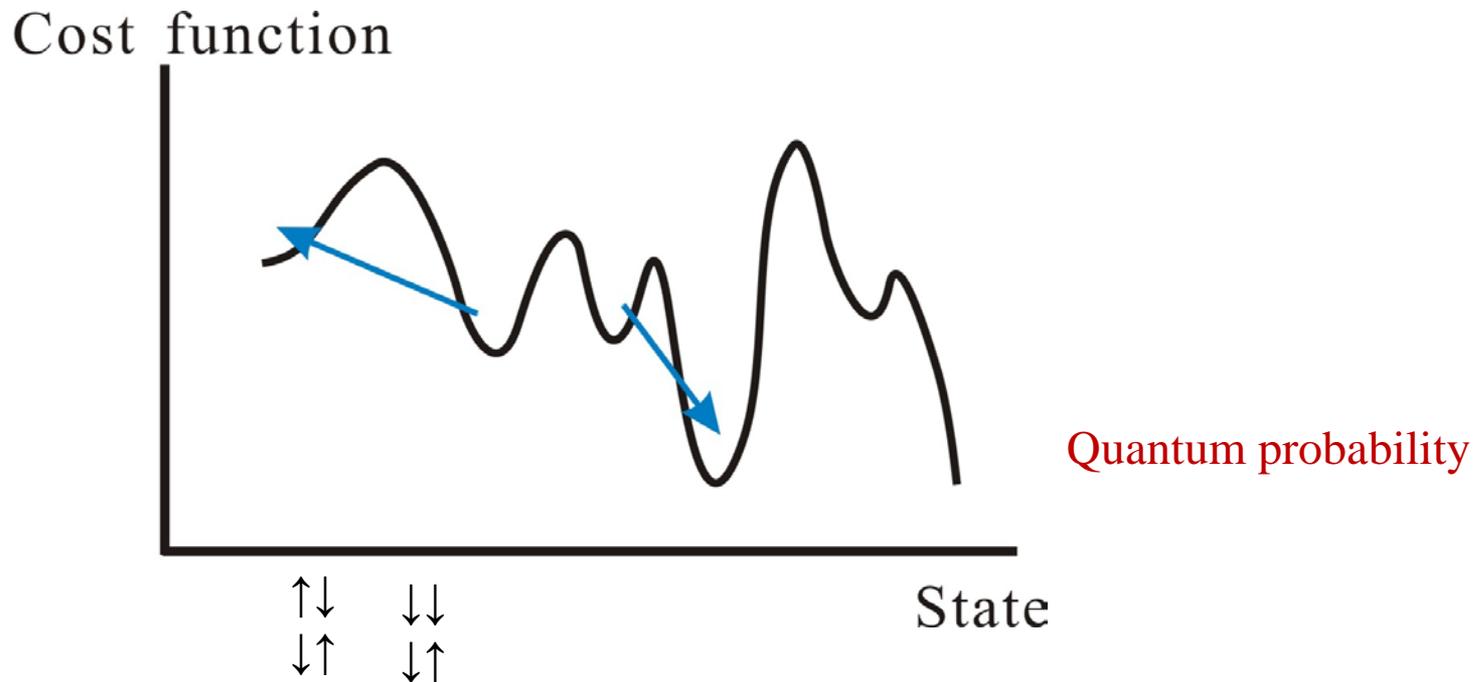


$$T(t) \geq \frac{cN}{\ln t}$$

Kirkpatrick et al (1983)

量子アニーリング(QA)

- 汎用近似解法
- 量子ゆらぎによる状態探索



基本的な問題

➤量子ゆらぎ 対 熱ゆらぎ

量子アニーリングはSAより最適解の役に立つか?

Yes, しかし慎重に...

➤量子回路(ゲート)模型の量子計算と関係しているか?

Yes, 等価性証明済み

Aharonov et al (2007)

定式化

$$H = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma \sum_i \sigma_i^x$$

定式化

$$H_{\text{classical}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z$$

$$H(t) = H_{\text{classical}} + H_{\text{quantum}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma(t) \sum \sigma_i^x$$

H_{quantum} の基底状態

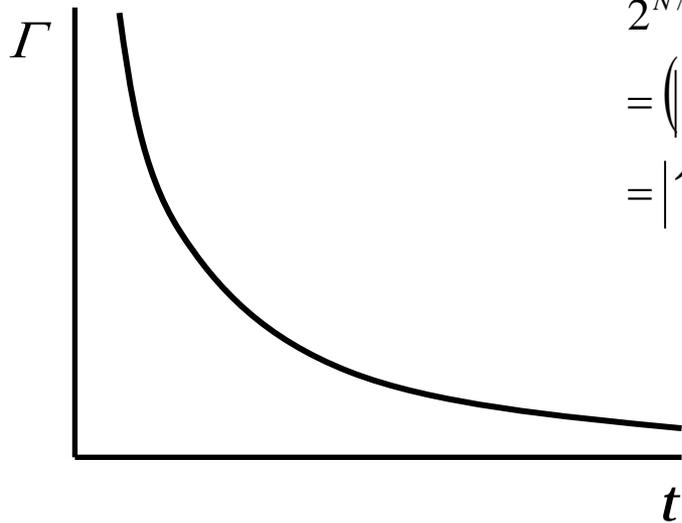
$$\begin{aligned} & 2^{N/2} |\rightarrow\rangle_1 \otimes |\rightarrow\rangle_2 \otimes \dots \otimes |\rightarrow\rangle_N \\ &= (|\uparrow\rangle_1 + |\downarrow\rangle_1) \otimes (|\uparrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_2) \otimes \dots \otimes (|\uparrow\rangle_N + |\downarrow\rangle_N) \\ &= |\uparrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \dots \uparrow_N\rangle + |\uparrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \dots \downarrow_N\rangle + \dots + |\downarrow_1 \downarrow_2 \downarrow_3 \dots \downarrow_N\rangle \end{aligned}$$



シュレディンガー方程式による自然な時間発展

$$|\uparrow \downarrow \downarrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow \downarrow\rangle$$

$H_{\text{classical}}$ の基底状態 = 最適化問題の解



数值計算

$$H = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma \sum_i \sigma_i^x$$

マスター方程式 vs シュレディンガー方程式

スピングラス(8スピン)

$$\Gamma(t) = \frac{3}{\sqrt{t}}$$

Schrödinger方程式

$$T(t) = \frac{3}{\sqrt{t}}$$

Master方程式
熱平衡

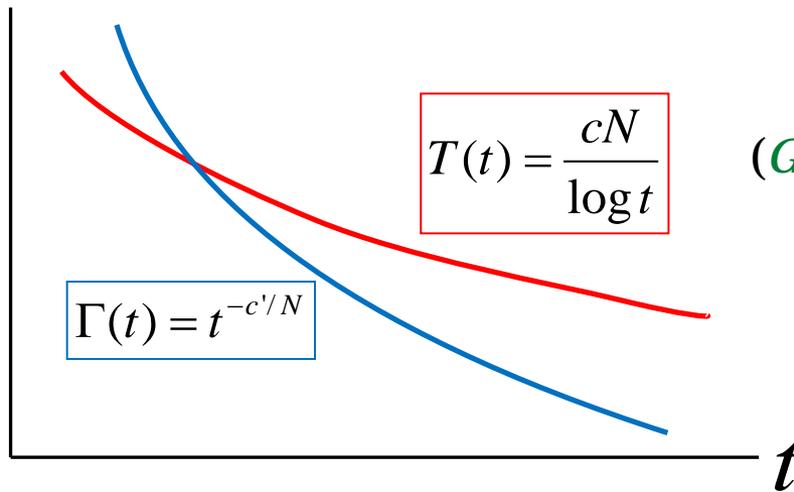
収束定理

$$H = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma \sum_i \sigma_i^x$$

収束定理

収束の十分条件

制御変数



(*Geman-Geman* for SA)

Morita & Nishimori

$$H = H_0 + H_{\text{quantum}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma(t) \sum \sigma_i^x$$

計算の複雑さ

SA

$$\Delta E(t) \approx T(t) = \frac{cN}{\ln t} = \delta \quad \Rightarrow \quad t = e^{\frac{cN}{\delta}}$$

$$\frac{1}{\delta} \gg \ln \delta \quad (\text{for small } \delta)$$

QA

$$\Delta E(t) \approx \Gamma(t)^2 = t^{-2c'/N} = \delta \quad \Rightarrow \quad t = e^{\frac{N|\ln \delta|}{2c'}}$$

D-Wave

D-Wave 2 at NASA & USC



量子性 (8qubit)

スペクトルとエンタングルメント

Lanting et al, 2014

量子性 (8 to 40 qubit) 縮退した状態の実現確率

Vinci et al, arXiv:1403.4228

高速性 (512qubit) 探索成功までの時間

Ronnow et al, 2014

量子性・高速性以外の特性と問題点

- 基底状態をたどるので安定性が比較的高く、デコヒーレンスに比較的強いが、改善の余地あり。
- 超伝導素子の省エネルギー性
10kW程度のほとんどが冷却用
→ スケールアップしても消費電力は変わらない。
- パラメータ J_{ij} の指定の精度に向上の余地
- 他の素子(量子ドット, イオントラップ等)より制御が容易でスケールアップがしやすい。

まとめ

- QA は量子計算のパラダイムとして有効である。
- 古典的なシミュレーテッド・アニーリングより(ある意味で)高速。
- 万能量子計算ではない。
- 問題をイジング模型で表現すれば、後は自動的に実行可能。
- 基底状態以外は(重要な)情報を持たないので、励起状態が
(デコヒーレンスなどで)壊れても影響は(原理的には)あまりない。
- D-Wave Twoが速いかどうかは問題による。
- 素子の基本性能の向上により大幅な改善の可能性。