

2成分ボース凝縮体における渦多角形の安定性

京大理・慶應日吉物理
小林未知数・新田宗土

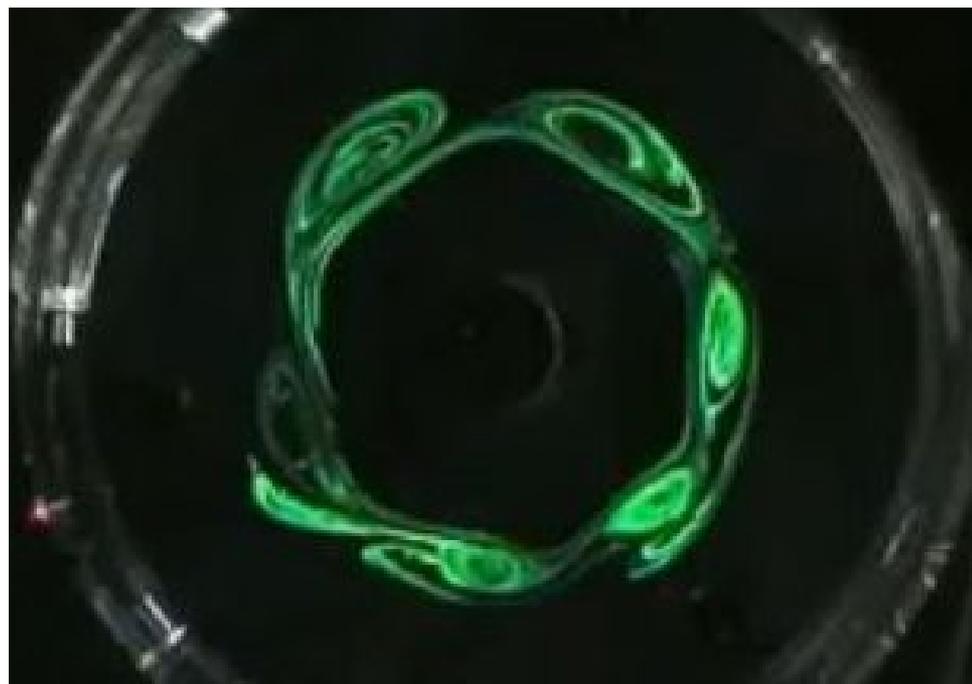
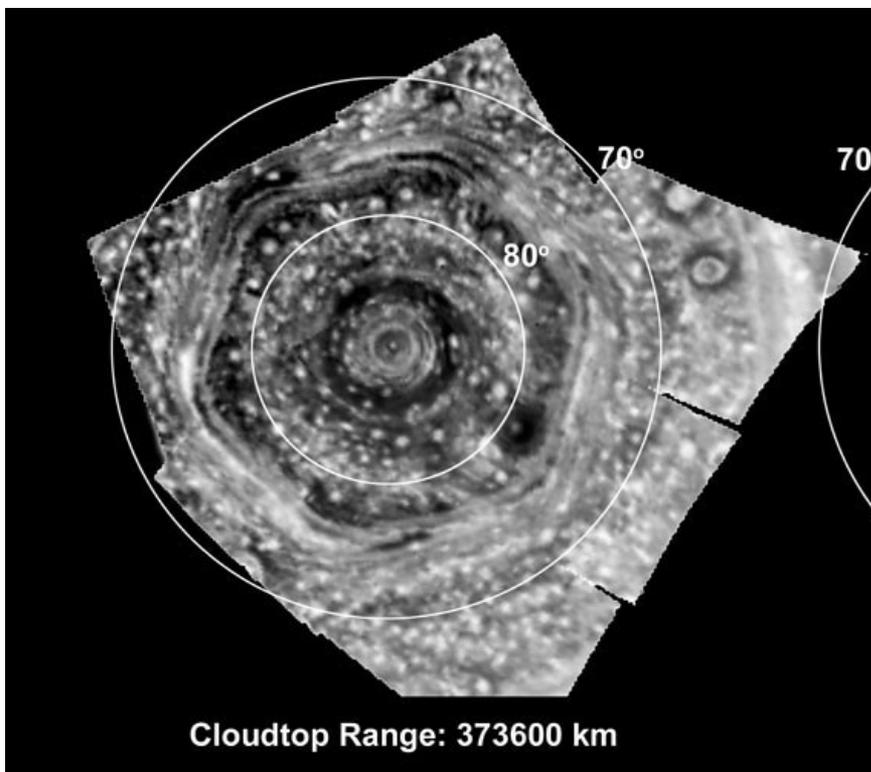
MK & MN, PRD **87**, 125013 (2013), arXiv:1307.0242
MK & MN, arXiv:1307.1345

2013年9月22日 日本物理学会2013年秋季大会

流体力学における渦多角形問題

土星の北極に観測された
正六角形状の高渦度領域

再現実験



D. A. Godfrey, *Icarus* **76**, 335 (1988).

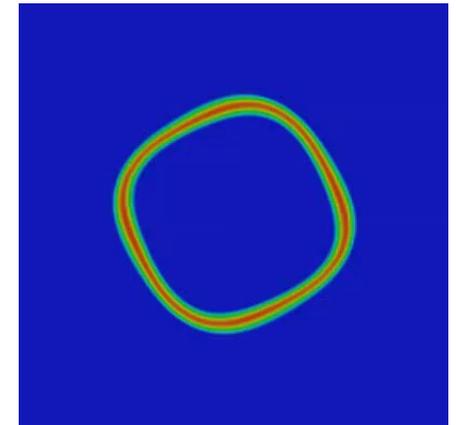
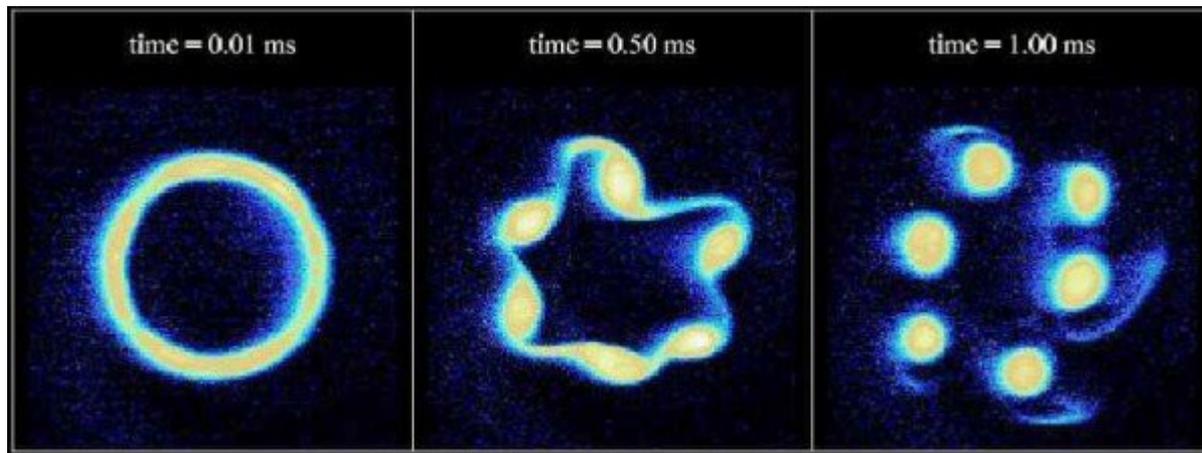
In Oxford

流体力学における渦多角形問題

1. どのようなメカニズムで渦多角形ができるのか（何角形か）
2. 同じ強さの渦でなければいけないのか
3. どの多角形構造が安定なのか

プラズマを用いた渦多角形生成

Navier-Stokes方程式のシミュレーション

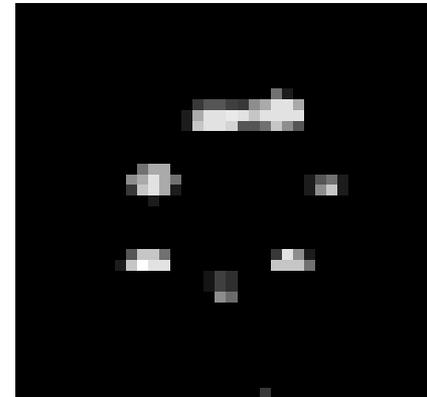
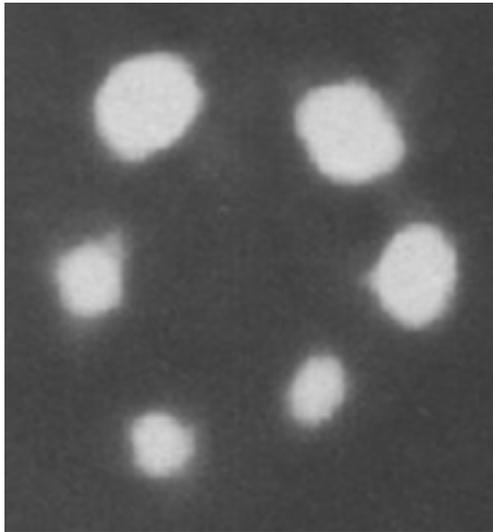


<http://www.holoscience.com/wp/2008-year-of-the-electric-universe/>

diocotron instability

流体力学における渦多角形問題

超流動 ^4He で観測された正六角形および正七角形量子渦



R. E. Packard, Physica 109 & 110B, 1474 (1982).

流体力学における渦多角形問題

渦多角形の安定性

- 2,3,4角形渦は安定
- 5角形渦も安定（別の準安定状態が存在）
- 6角形渦は準安定
- 7角形渦

{	渦度が有限の場合（古典流体） → 不安定
	渦度がsingularな場合（超流動） → 準安定
- 8以上の渦多角形は不安定

本研究：2成分BECにおける渦分子の多角形状態の安定性を調べる（成分内と成分間の渦の相互作用、渦度の有限性）

2成分ボース・アインシュタイン凝縮

2成分複素場を用いた平均場模型 $\psi = (\psi_1 \ \psi_2)^T$

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{i}{2}(\psi^\dagger \dot{\psi} - \dot{\psi}^\dagger \psi)}_{\text{回転項}} - \frac{1}{2} \nabla \psi^\dagger \cdot \nabla \psi - \underbrace{\frac{g_{11}}{2} |\psi_1|^4 - \frac{g_{22}}{2} |\psi_2|^4}_{\text{成分内相互作用}} - \underbrace{g_{12} |\psi_1|^2 |\psi_2|^2}_{\text{成分間相互作用}} - \frac{i\Omega}{2} \mathbf{x} \times (\psi^\dagger \nabla \psi - \nabla \psi^\dagger \psi)$$

仮定: $g_{11} = g_{22} = g \quad g > g_{12} \gg 1 \rightarrow \psi^\dagger \psi = 1$

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2}(\psi^\dagger \dot{\psi} - \dot{\psi}^\dagger \psi) - \frac{1}{2} \nabla \psi^\dagger \cdot \nabla \psi - \underbrace{(g - g_{12})(\psi^\dagger \sigma_z \psi)^2}_{\text{混合相}} - \frac{i\Omega}{2} \mathbf{x} \times (\psi^\dagger \nabla \psi - \nabla \psi^\dagger \psi)$$

g 混合相 基底状態 $e^{i\alpha} (e^{i\beta/2} \ e^{-i\beta/2}) / \sqrt{2}$

α : overall phase : β : relative phase

2成分ボース・アインシュタイン凝縮

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2}(\psi^\dagger \dot{\psi} - \dot{\psi}^\dagger \psi) - \frac{1}{2} \nabla \psi^\dagger \cdot \nabla \psi - (g - g_{12})(\psi^\dagger \sigma_z \psi)^2 - \frac{i\Omega}{2} \mathbf{x} \times (\psi^\dagger \nabla \psi - \nabla \psi^\dagger \psi)$$

$g > g_{12}$ 混合相: 混合相

基底状態: $e^{i\alpha} (e^{i\beta/2} \quad e^{-i\beta/2}) / \sqrt{2} \rightarrow (S^1 \times S^1) / \mathbb{Z}_2$

スピン模型のXY模型に対応

$g < g_{12}$ 分離相: 分離相

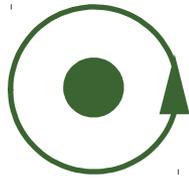
基底状態: $(e^{i\alpha_1} \quad 0) \text{ or } (0 \quad e^{i\alpha_2}) \rightarrow S^1 \times \mathbb{Z}_2$

スピン模型のIsing模型に対応

渦分子

渦の基本構造として、渦分子が現れる

$e^{i\theta}$: overall phase の winding
 $(1/\sqrt{2})e^{i\theta}$: winding phase の winding



(成分1)のwinding成分(半整数量子渦)
(成分2)のwinding成分(半整数量子渦)

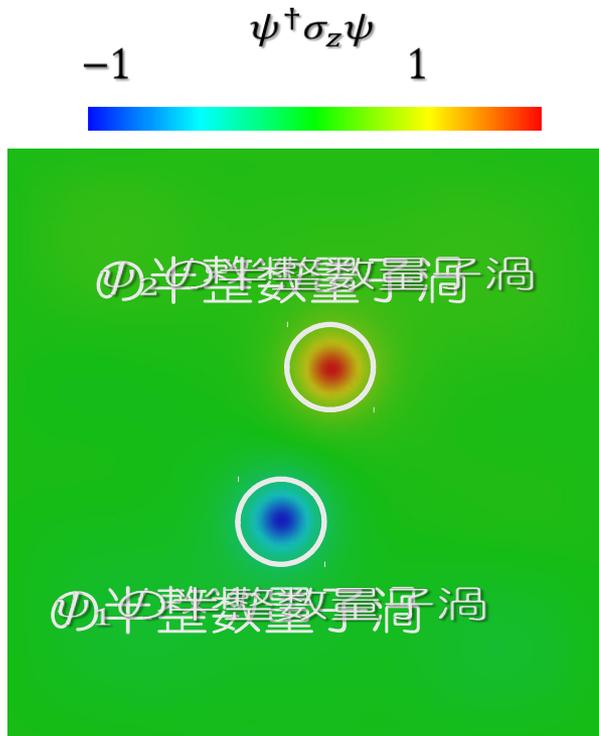


(成分1)のwinding成分(半整数量子渦)
(成分2)のwinding成分(半整数量子渦)

topological charge
 $Q = 1$

渦分子

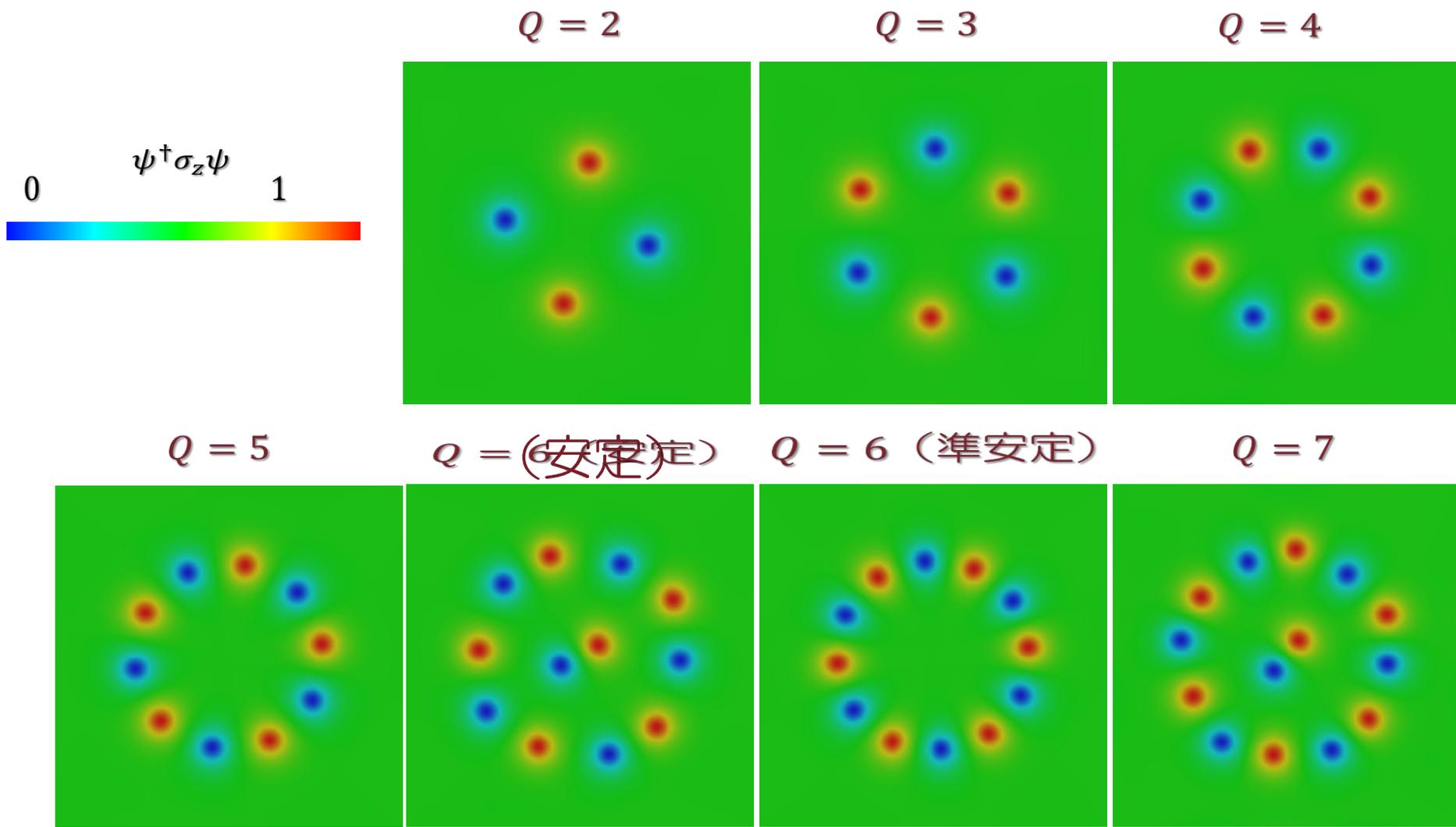
$$\mathcal{L} = \frac{i}{2}(\psi^\dagger \dot{\psi} - \dot{\psi}^\dagger \psi) - \frac{1}{2} \nabla \psi^\dagger \cdot \nabla \psi - (g - g_{12})(\psi^\dagger \sigma_z \psi)^2 - \frac{i\Omega}{2} \mathbf{x} \times (\psi^\dagger \nabla \psi - \nabla \psi^\dagger \psi)$$



$$g - g_{12} = 1 \quad \Omega = 0.1$$

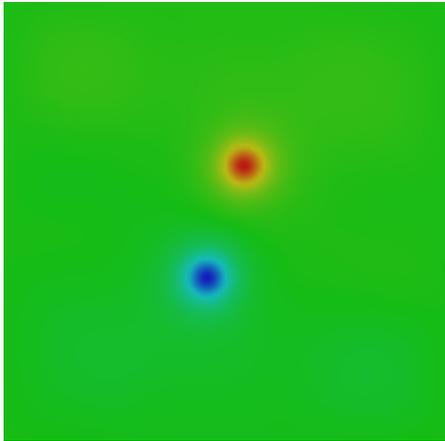
この値を見ることで渦分子の構造を知ることができ、渦分子の構造を知ることができる

渦分子多角形と安定性

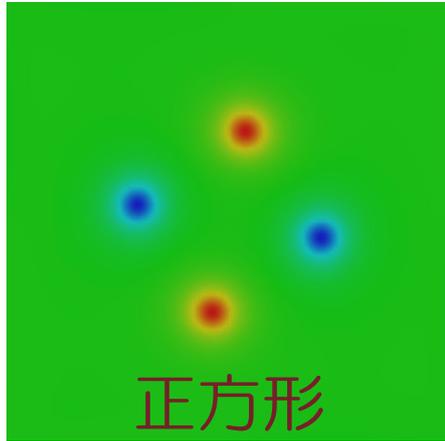


渦分子多角形

$Q = 1$

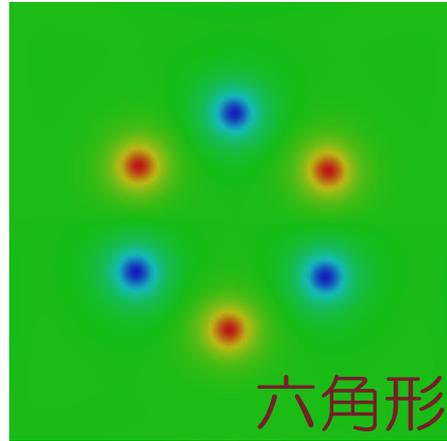


$Q = 2$



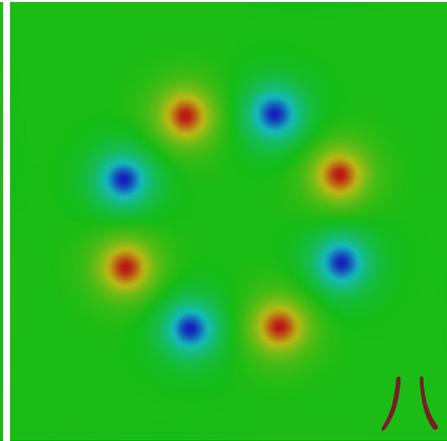
正方形

$Q = 3$



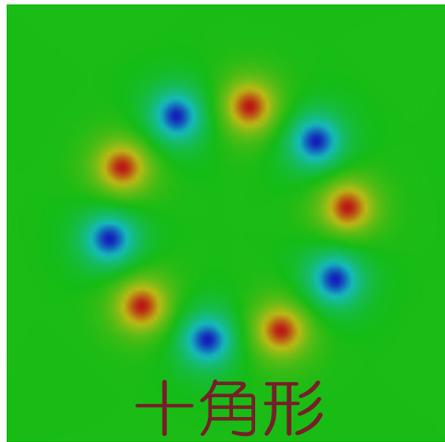
六角形

$Q = 4$



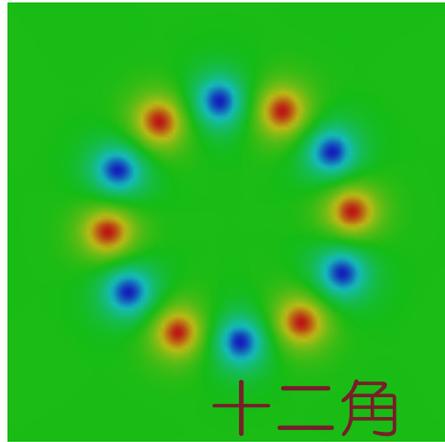
八

$Q = 5$



十角形

$Q = (6 \text{ (不安定)})$



十二角

- Q 回回転対称な正角多角形渦分子多角形角形なる
- 安定性は、渦の数ではなく、topological chargeにおいて scalar BECとの類似性がある

形

相対論的な素粒子モデルとの比較

状態の擬スピンの表示: $\mathbf{n} = (n_x \ n_y \ n_z) = \psi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \psi \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$

相対論的非線形シグマモデル

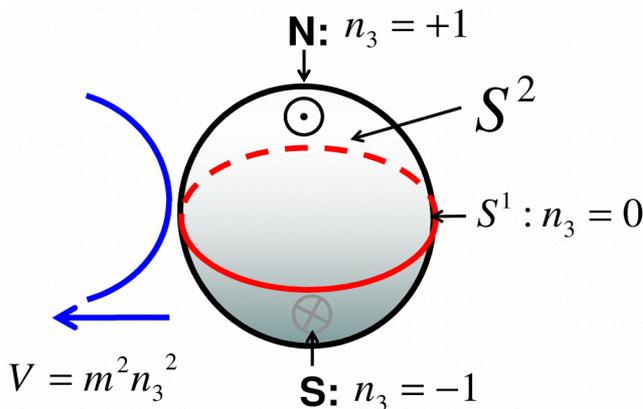
$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{\mathbf{n}} \cdot \dot{\mathbf{n}}}_{\text{時間の2階微分項}} - \frac{1}{2} \nabla \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{n} - \underbrace{\kappa \{ \mathbf{n} \cdot (\partial_\mu \mathbf{n} \times \partial_\nu \mathbf{n}) \}^2}_{\text{baby Skyrme項}} - (g - g_{12}) n_3^2$$

時間の2階微分項

baby Skyrme項

基底状態

$$n_z = 0 \quad n_x^2 + n_y^2 = 1$$



渦分子はπ₂特徴で特徴づけるbaby skyrmionに対応

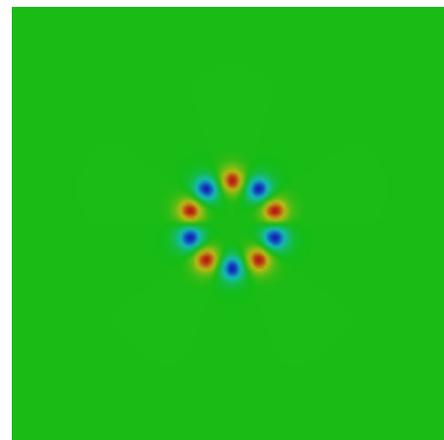
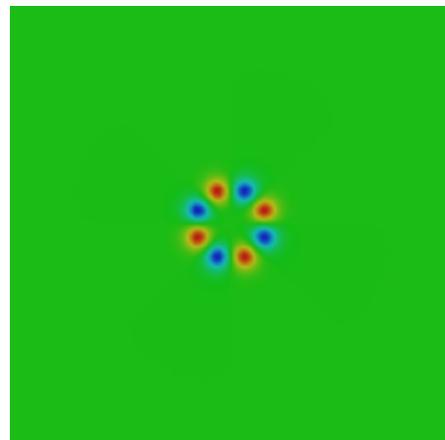
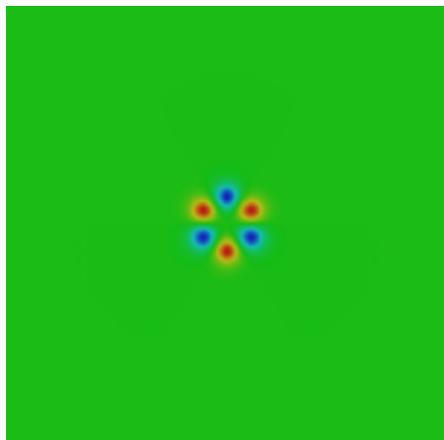
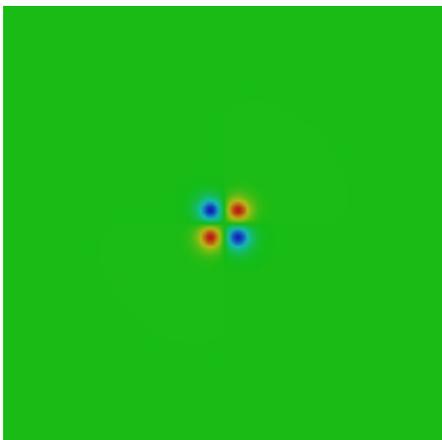
素粒子模型における渦分子

$Q = 2$

$Q = 3$

$Q = 4$

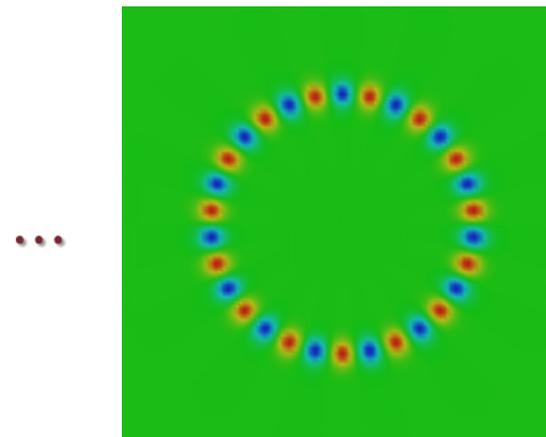
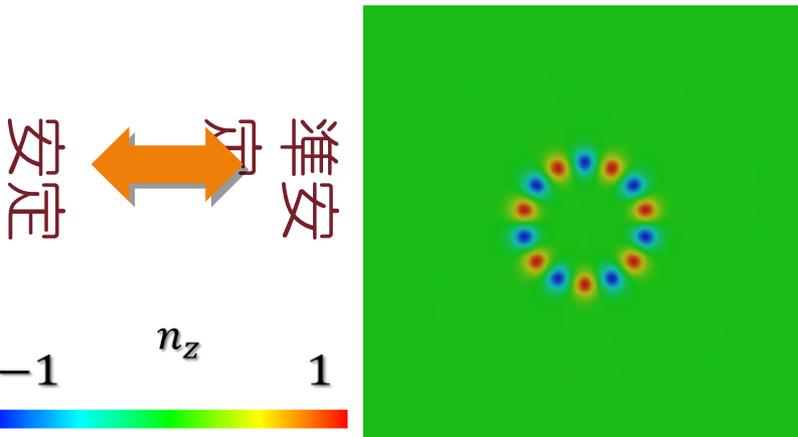
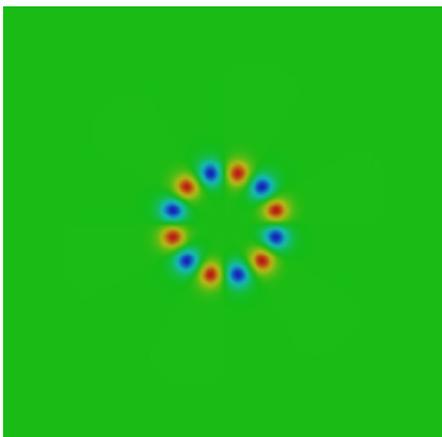
$Q = 5$



$Q = 6$

$Q = 7$

$Q = 15$



安定 ← → 安定
 n_z
-1 1

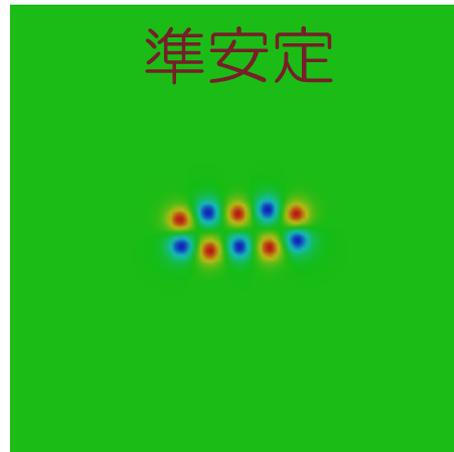
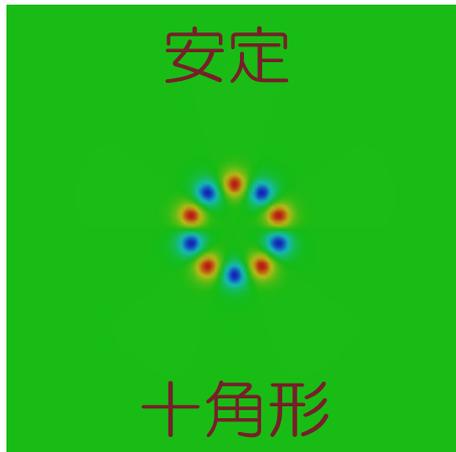
まとめ

- 混合相における2次元2成分BECにおける渦分子多角形の安定性を調べた
- Q 渦分子状態が状態が渦分子多角形は渦分子多角形安定では不安定状態と準安定 Q スケールでは不安定状態と渦の数は異なる。BECに
- 相対論的模型は常に安定、 Q で準安定となりを除いて安定性が
- 非相対論的模型では $Q \leq 6$ で安定、 $Q \geq 7$ で準安定となり $Q_c = 7$ を除いて安定性が全く異なる
- 今後の課題：
 - 成分間の渦の数および渦の大きさが違う場合の安定性
 - 分離相での渦多角形の安定性
 - 分離相での渦多角形の安定性
 - 3成分以上のBEC
 - 3成分以上のBEC
 - トラップの効果

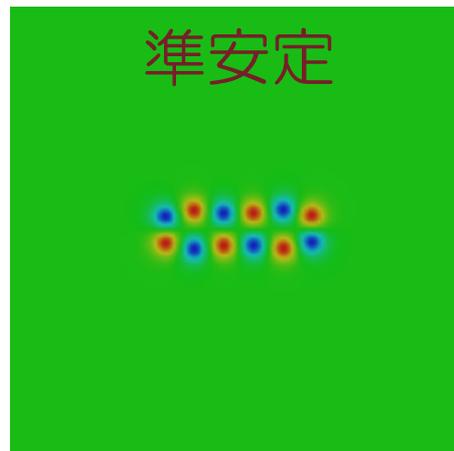
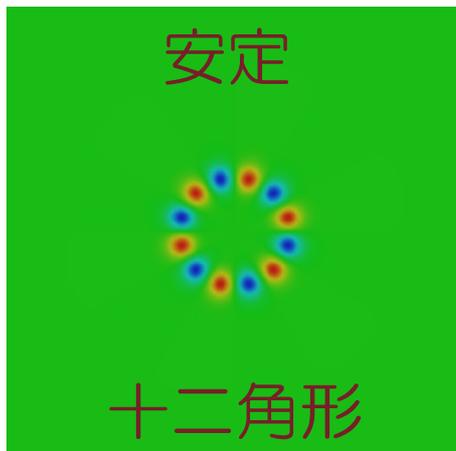
MK & MN, PRD **87**, 125013 (2013), arXiv:1307.0242, MK & MN, arXiv:1307.1345

Baby Skyrmion with Higher Q

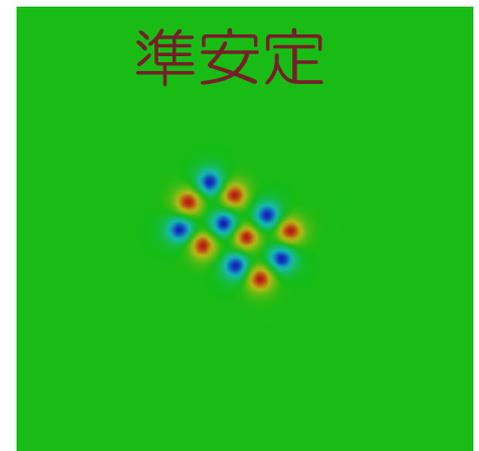
$Q = 5$



$Q = 6$

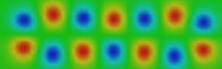


渦多角形状態が安定ではあるが、それ以外の構造が準安定状態として現れる

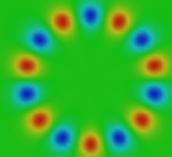


Baby Skyrmion with $Q=7$

安定

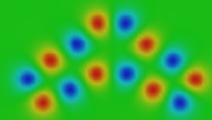


準安定

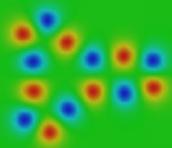


十四角形

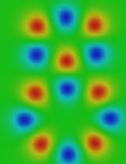
準安定



準安定



準安定



で過多角形多角形は
準安定状態となる