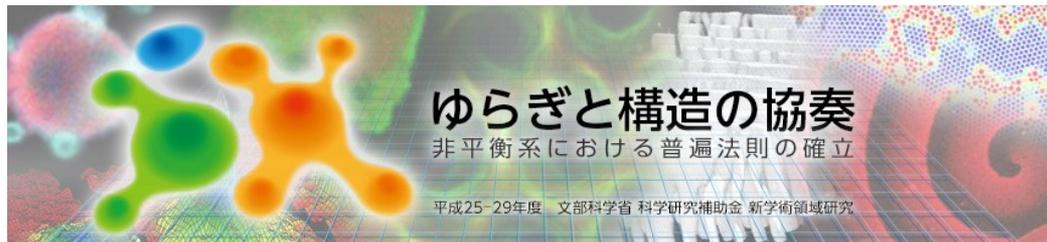
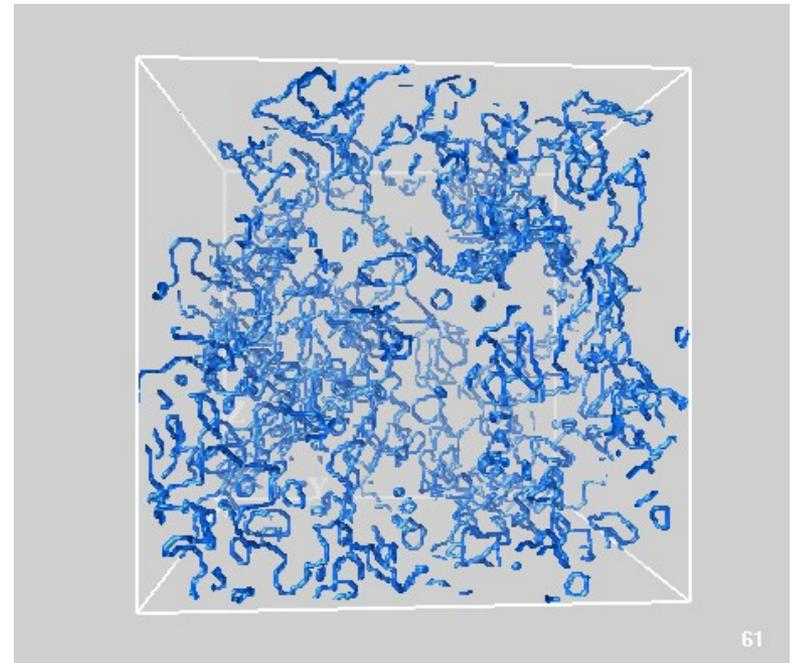


量子乱流に潜む量子渦の普遍的構造、およびその探索に向けて

小林未知数 京大院理
高橋雅裕 学習院物理
竹内一将 東工大院理



2015年11月14日 第9回物性科学領域横断研究会

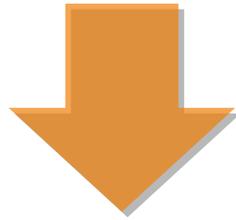
発表内容

1. 量子流体・量子渦・量子乱流
2. 量子流体における乱流—層流転移に潜む
普遍構造
- ~~3. トポロジ—を用いた量子乱流制御~~
4. まとめ

量子流体 · 量子渦 · 量子乱流

なぜ量子乱流か？

超流動ヘリウムで実現される量子乱流は低温物理学において重要なトピックスの一つだった



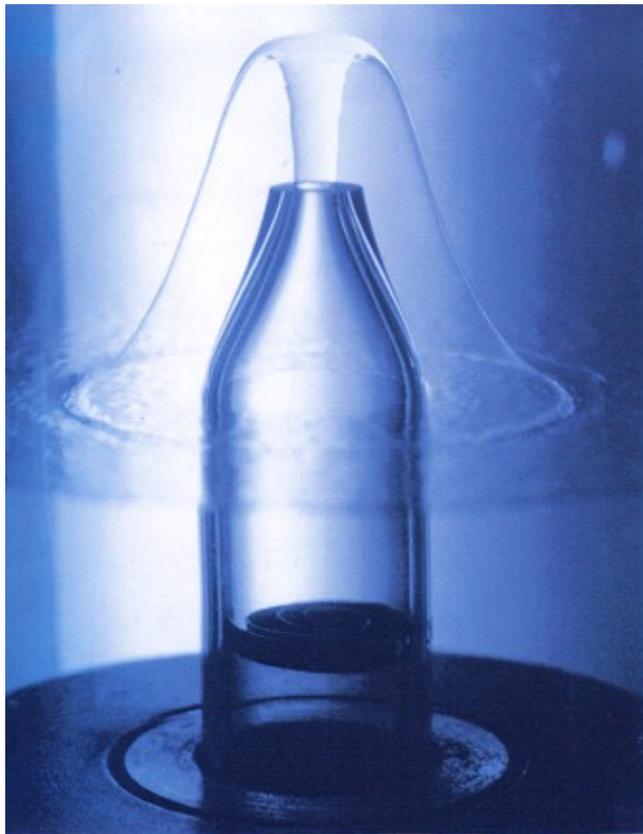
量子乱流において古典乱流との類似性が発見された

- 量子乱流：量子渦が示す普遍構造
- 乱流を量子渦の視点から要素還元的に理解できる

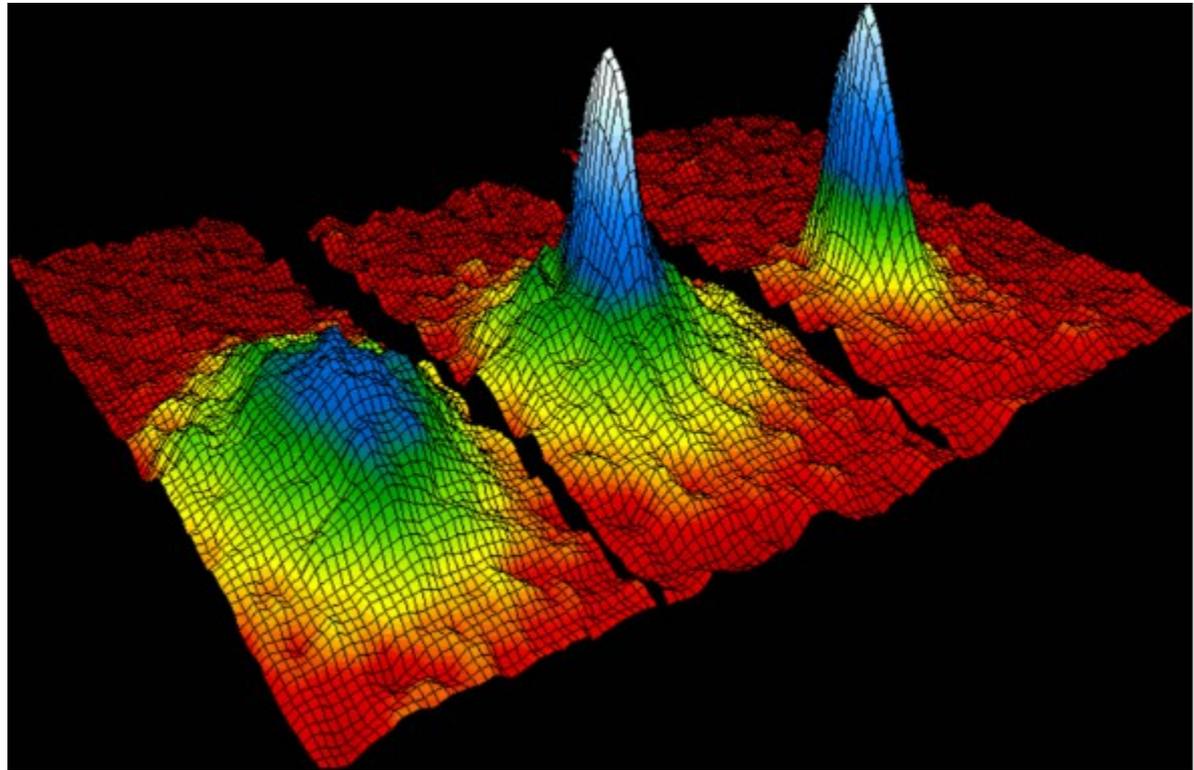
量子乱流研究分野は低温物理学を超えて新しい時代を迎えようとしている

量子流体と量子渦

超流動ヘリウム



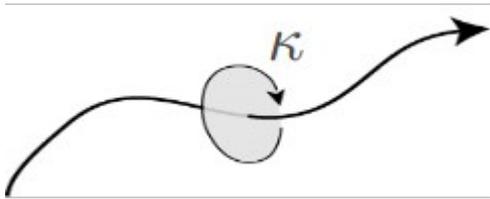
冷却原子気体
ボース・アインシュタイン凝縮



from Wikipedia

量子流体と量子渦

流体中の回転的な流れは量子渦が担っている



quantized circulation : $\kappa = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = h/m$

- 量子渦まわりの循環は量子化される
- 量子渦は非常に細く、渦糸近似が成り立つ
(^4He : $\sim \text{\AA}$ BEC : $\sim 0.1 \mu\text{m}$)

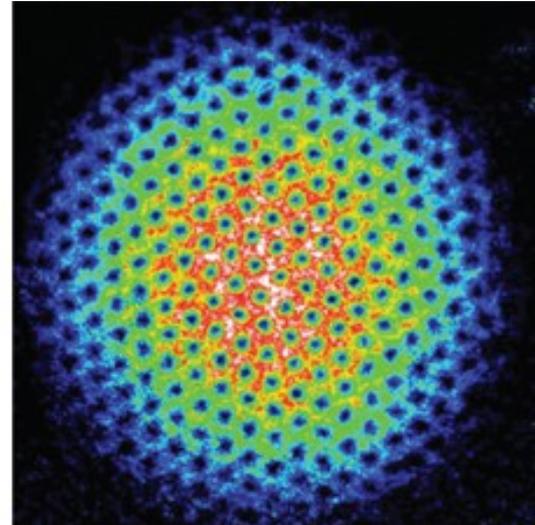
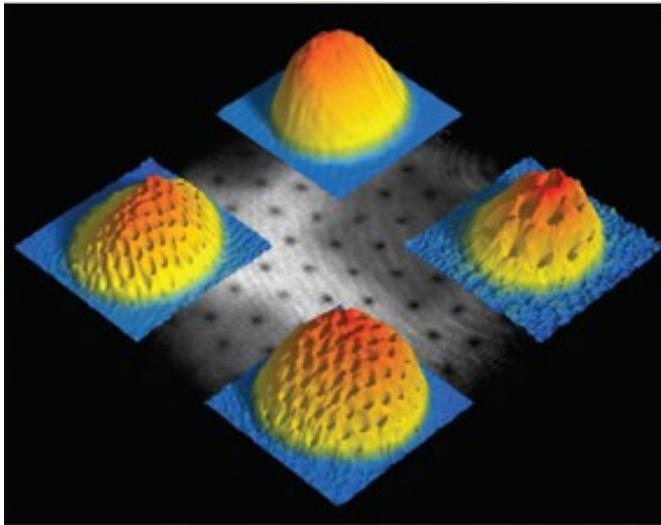


古典流体の渦とは対照的

- 循環は量子化されない
- 消えたり現れたりする不安定な存在

量子流体と量子渦

冷却原子気体における量子渦の観測（量子渦格子）

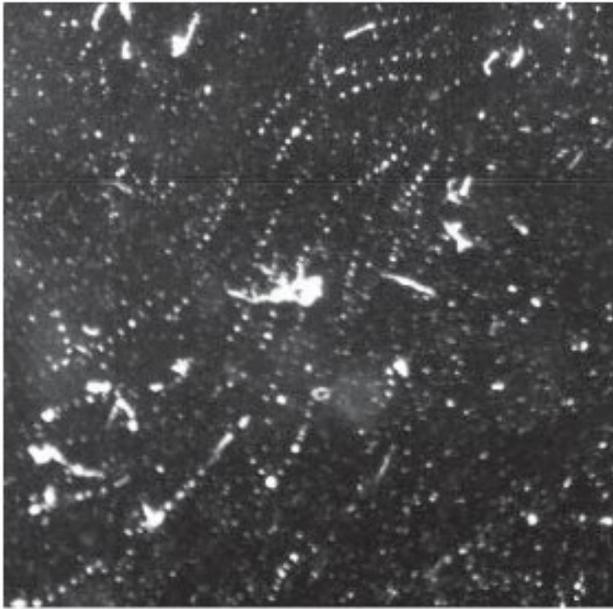


Cornell group from Wikipedia

量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

量子流体と量子渦

超流動ヘリウムにおける量子渦の観測

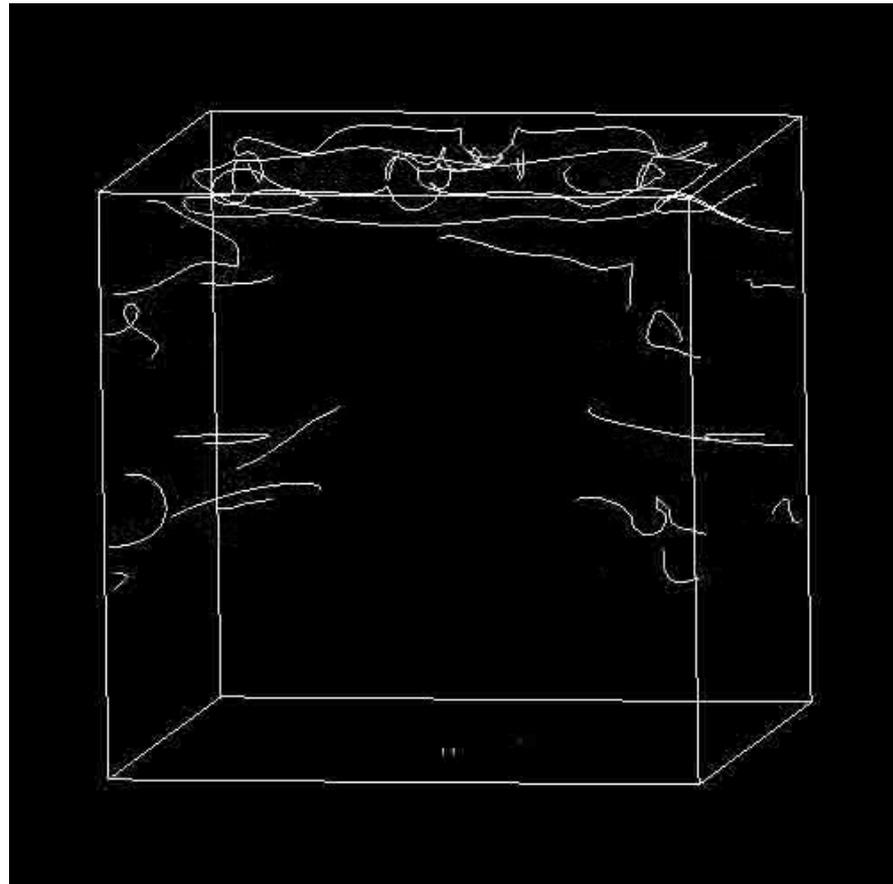


These waves have never
been directly **visualized**

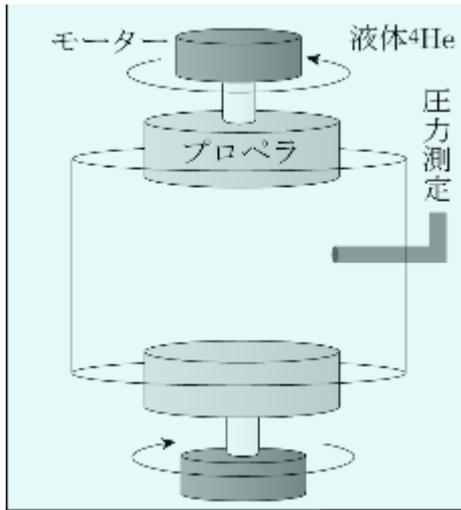
Lathrop group from Youtube

量子渦によって作られる量子乱流

流れによる量子乱流の生成



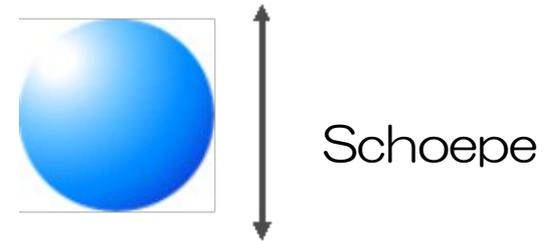
量子渦によって作られる量子乱流



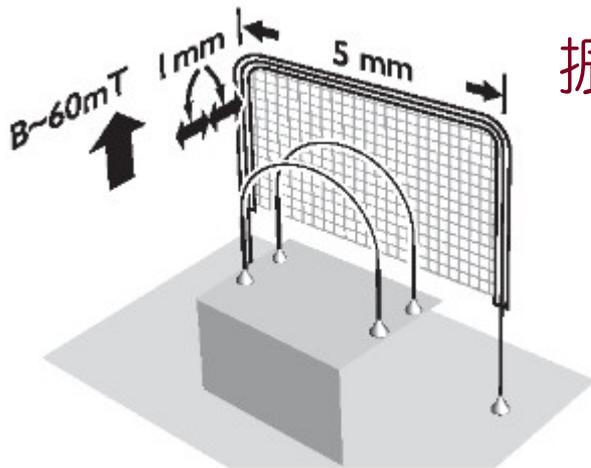
振動回転円盤

Maurer & Tabeling

振動マイクロ球



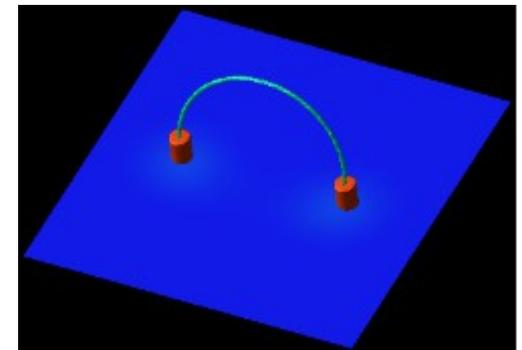
Schoepe



振動グリッド

Bradley

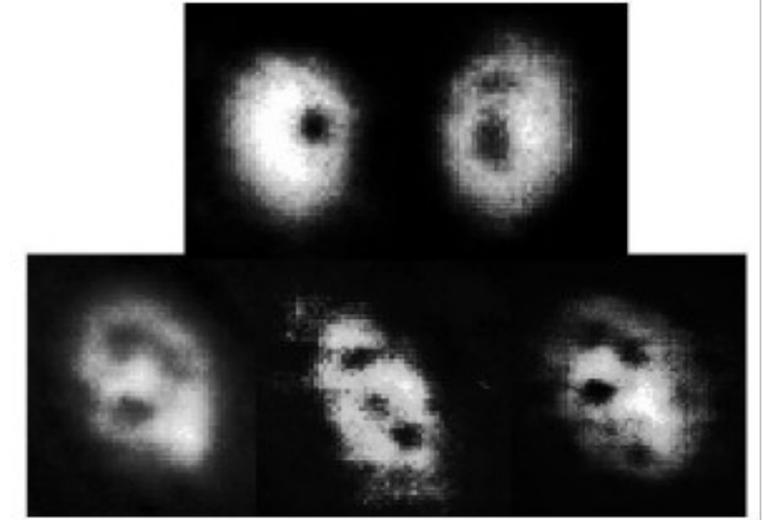
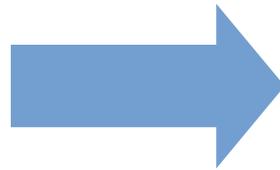
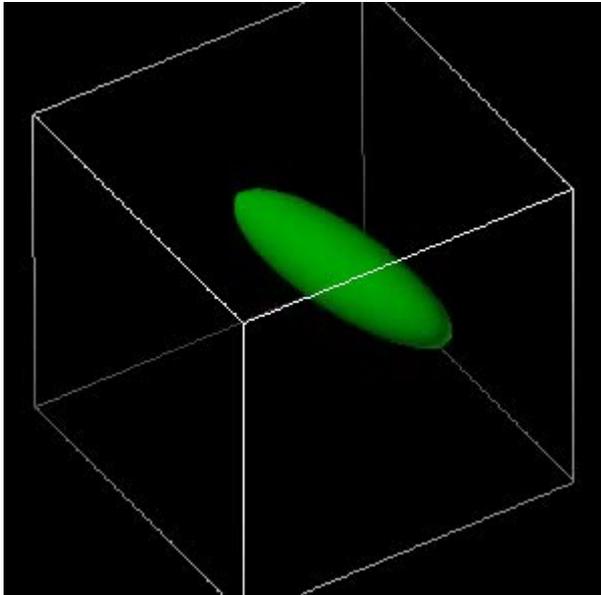
振動ワイヤー



Yano

量子渦によって作られる量子乱流

振動+回転するトラップによる冷却原子気体の量子乱流生成



Bagnato

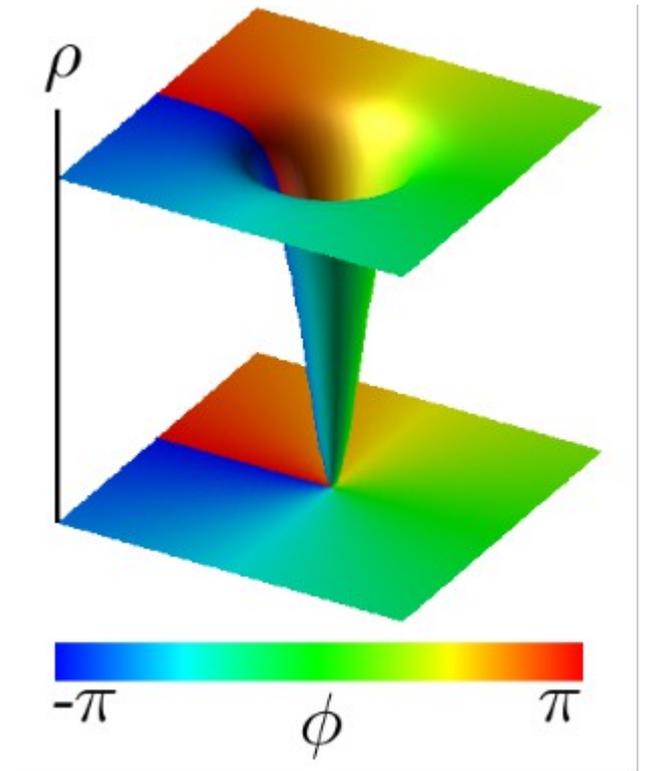
位相欠陥としての量子渦

ボース・アインシュタイン凝縮に対する秩序変数 Ψ
(位相シフトに対する対称性の破れ)

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = |\Psi(\mathbf{x}, t)| e^{i\phi(\mathbf{x}, t)}$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) = |\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 : \text{fluid density}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi(\mathbf{x}, t) : \text{fluid velocity}$$



非線形シュレディンガー方程式

秩序変数が満たす運動方程式：非線形シュレディンガー方程式

$$i\hbar\dot{\Psi}(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta H}{\delta\Psi^*(\mathbf{x}, t)}$$
$$= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{x}, t) - g\rho_0 + g|\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{x}, t)$$

$$H = \int d\mathbf{x} \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right. \\ \left. + \left\{ V(\mathbf{x}, t) - g\rho_0 + \frac{g}{2} |\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right\} |\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right]$$

粒子間相互作用

量子乱流の数値シミュレーション

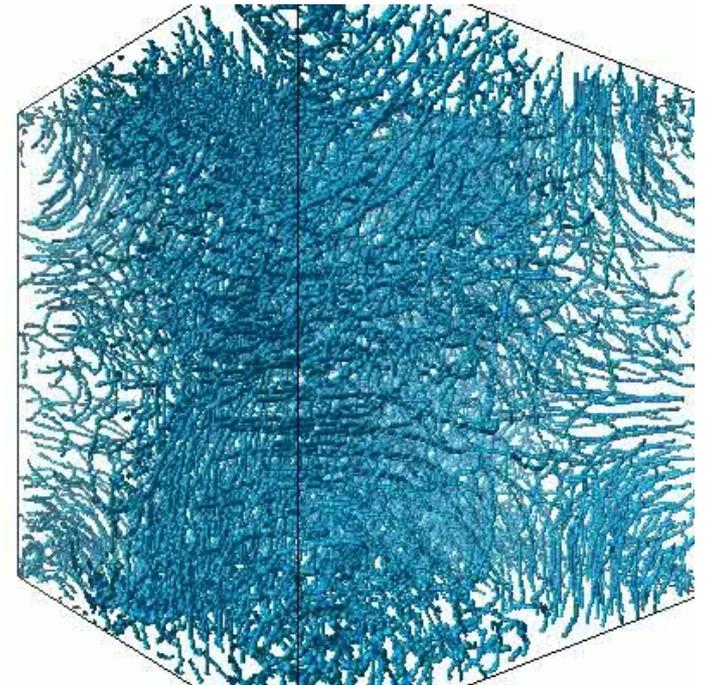
非平衡定常系に対する非線形シュレディンガー方程式

$$(i\hbar - \gamma)\dot{\Psi}(\mathbf{x}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \underline{V(\mathbf{x}, t)} - g\rho_0 + g|\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{x}, t)$$

外界との相互作用による
エネルギー散逸

外力によるエネルギー
注入

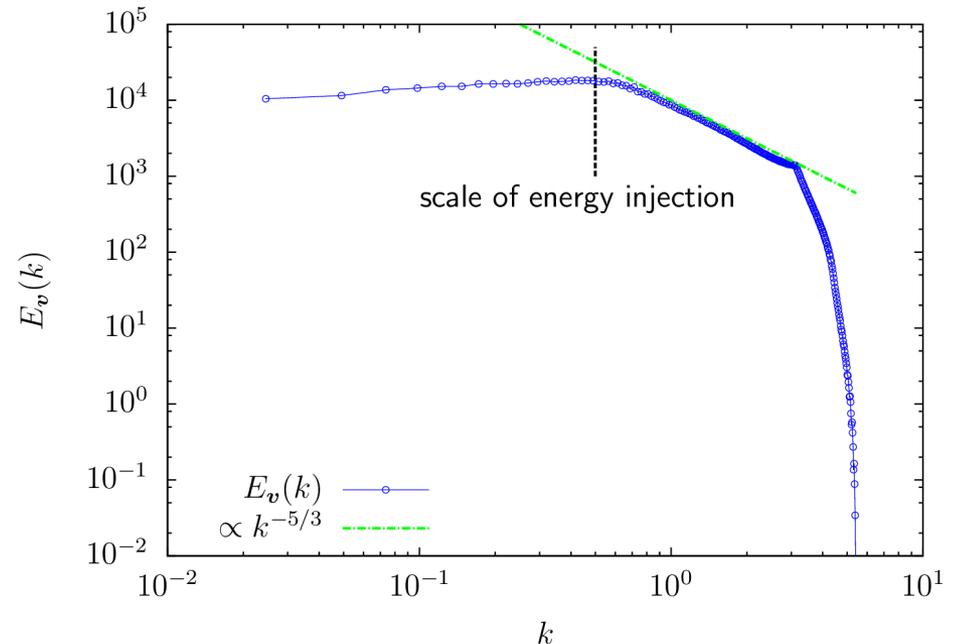
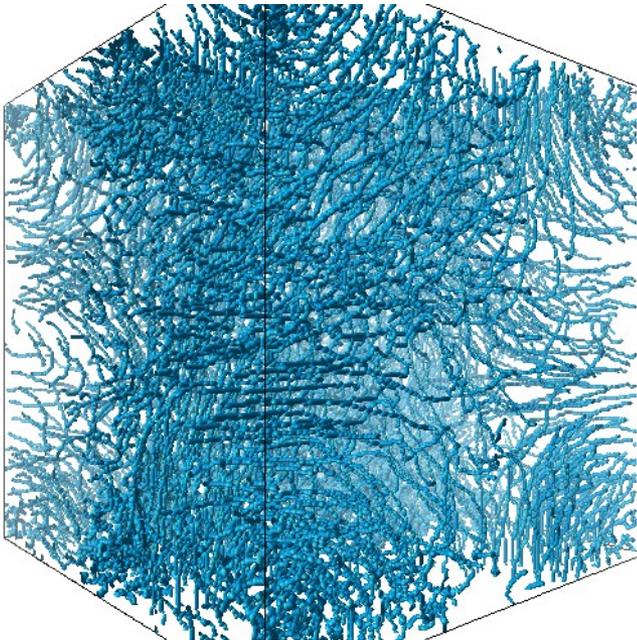
発達した定常量子乱流の
シミュレーション



量子乱流の数値シミュレーション

流れ $\mathbf{v} = (\hbar/m)\nabla\phi$ に対するエネルギーとスペクトル

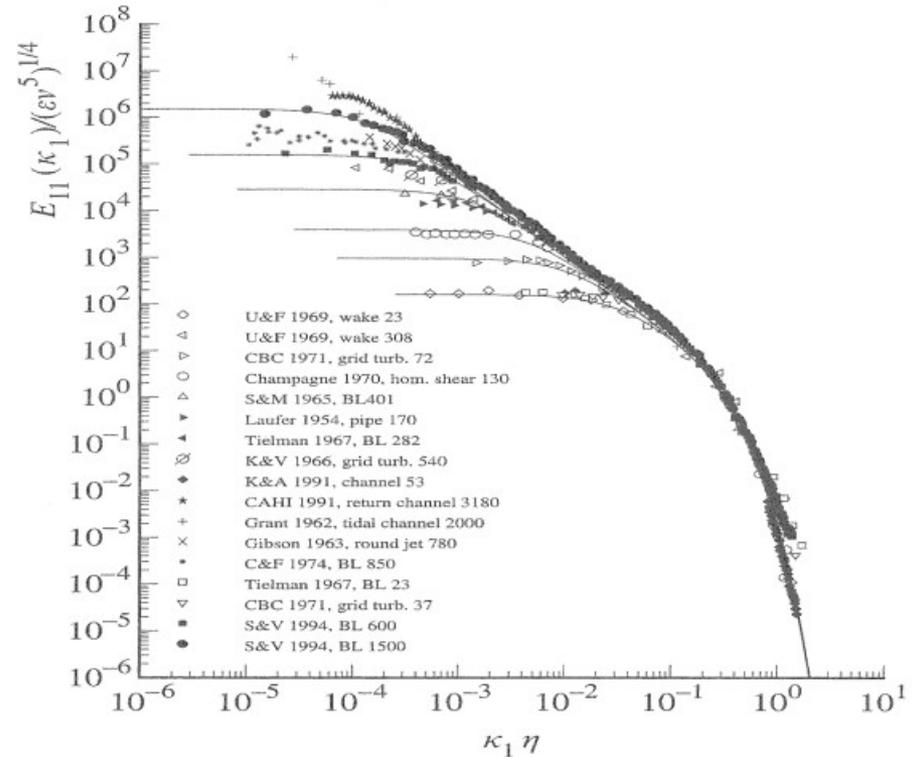
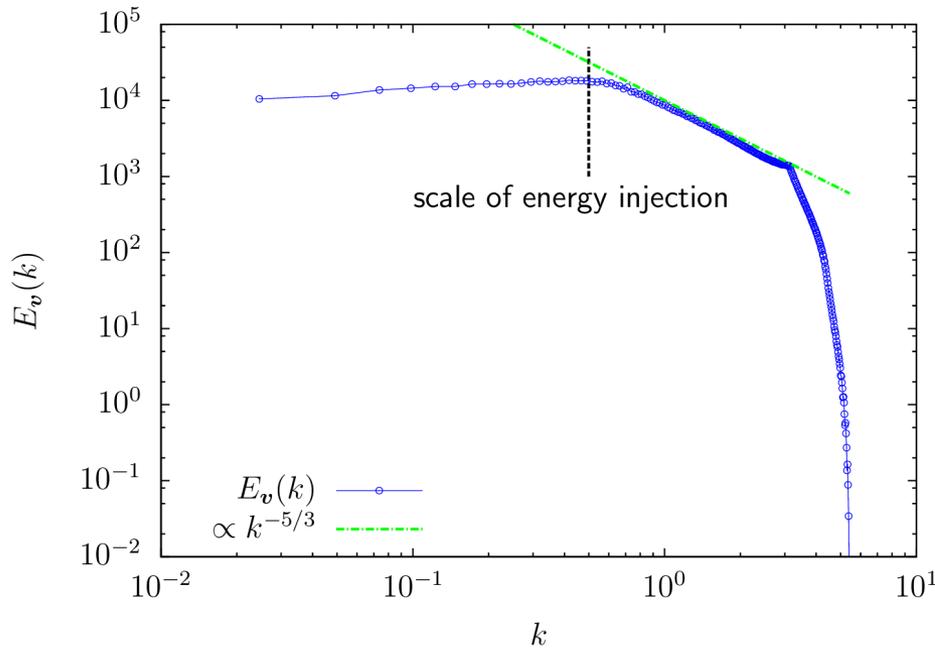
$$E_v = \frac{m \int d\mathbf{x} \rho(\mathbf{x}, t) |\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)|^2}{\int d\mathbf{x} \rho(\mathbf{x}, t)} = \int dk E_v(k)$$



量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

量子乱流におけるコルモゴロフ則

$$E_v(k) \propto k^{-5/3} : \text{Kolmogorov law}$$

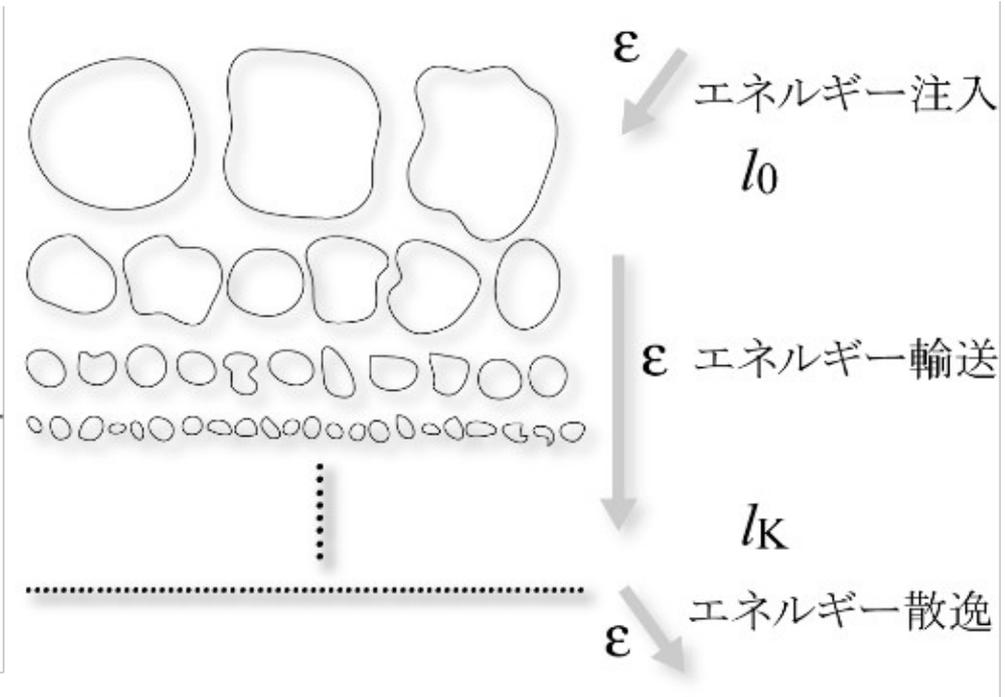
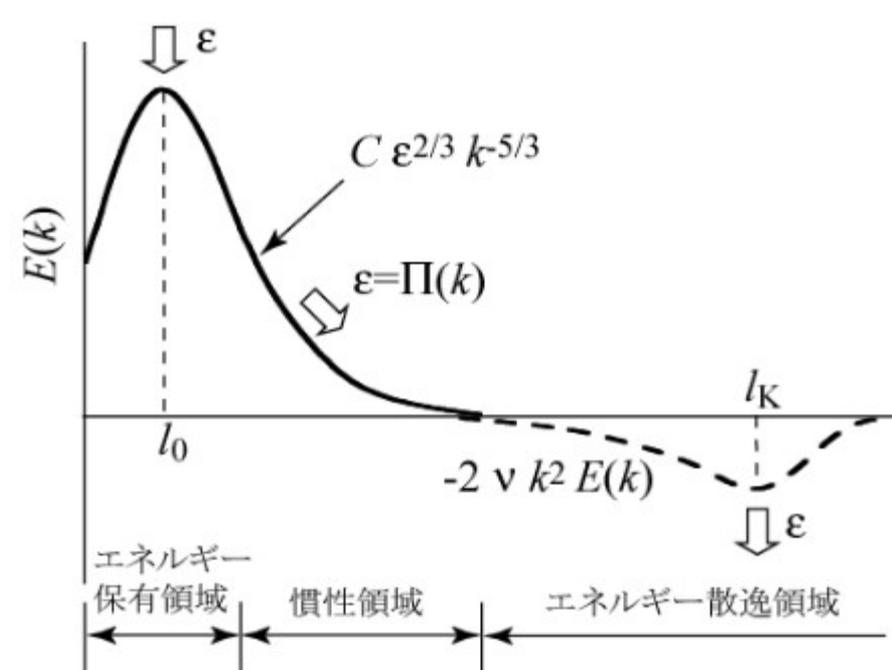


量子乱流は古典乱流の統計則として知られるコルモゴロフ則を示す

渦のリチャードソンカスケード

波数空間における
エネルギーカスケード

実空間における渦の
リチャードソンカスケード



予想：乱流を支配する鍵となっているのは渦のリチャードソンカスケード

渦のリチャードソンカスケード

予想：乱流を支配する鍵となっているのは渦のリチャードソンカスケード

古典乱流：ナビエ・ストークス方程式

量子乱流：非線形シュレディンガー方程式

両者は全く異なる

渦の性質も全く異なる



量子渦の渦としての振る舞いが古典乱流と同様のコルモゴロフ則を引き起こす

コルモゴロフ則→渦によって支配される乱流の普遍性クラス

量子流体における乱流—層流 転移に潜む普遍構造

詳細はポスターP-60

量子乱流—層流転移

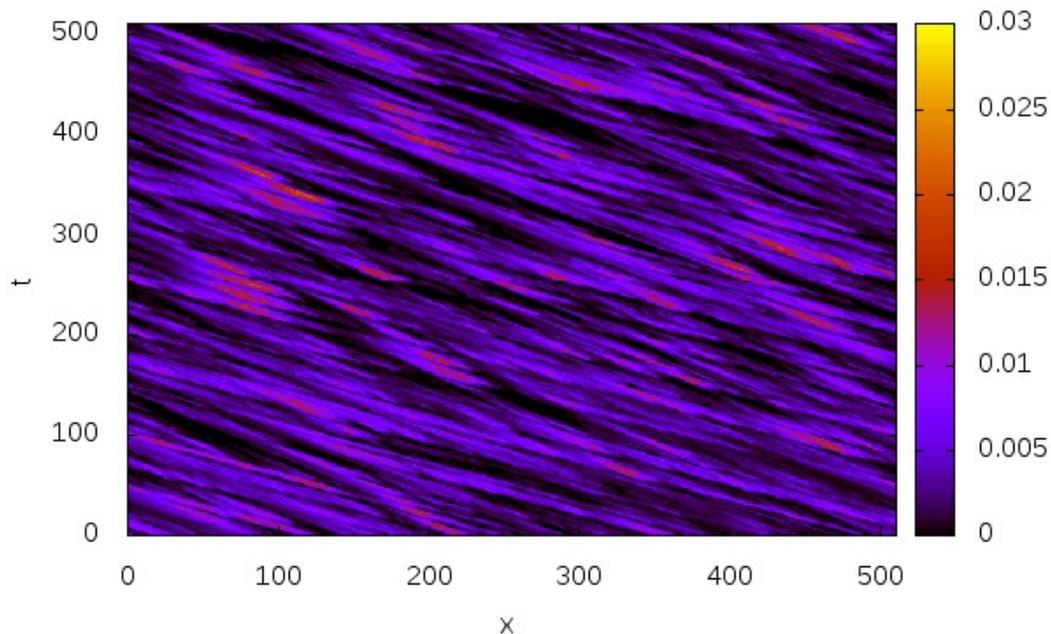
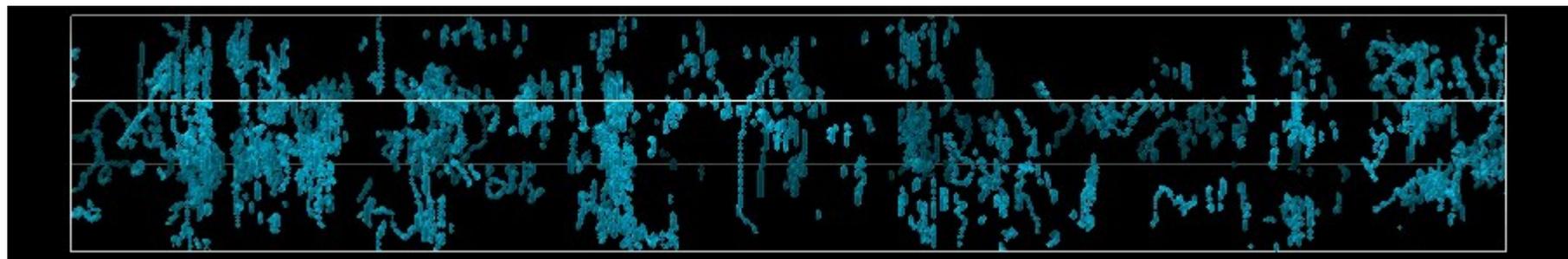


乱流—層流境界近傍で起こる物理

- 非平衡相転移？
- 新たな普遍性？

量子乱流—層流転移

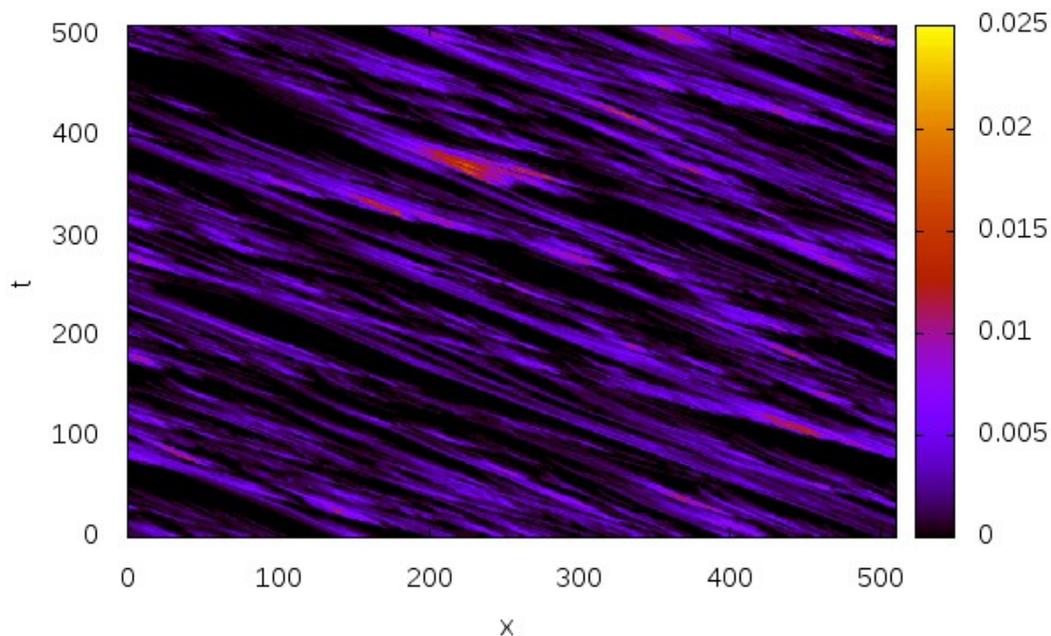
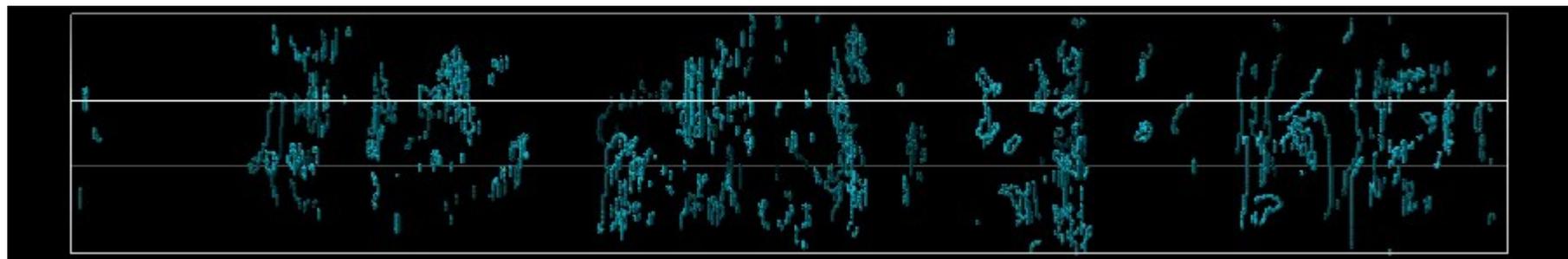
一様流れによる量子乱流の駆動のシミュレーション



量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

量子乱流—層流転移

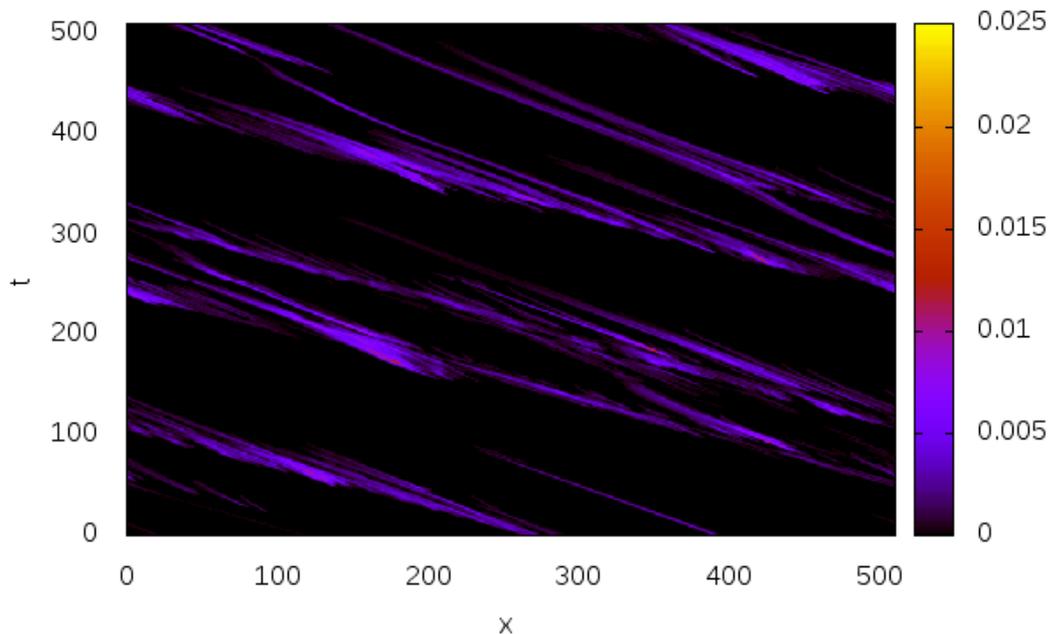
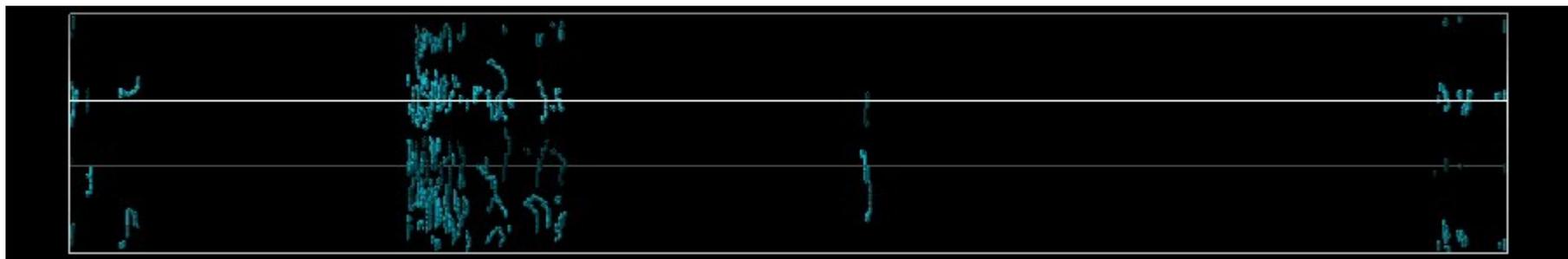
一様流れによる量子乱流の駆動のシミュレーション



量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

量子乱流—層流転移

一様流れによる量子乱流の駆動のシミュレーション

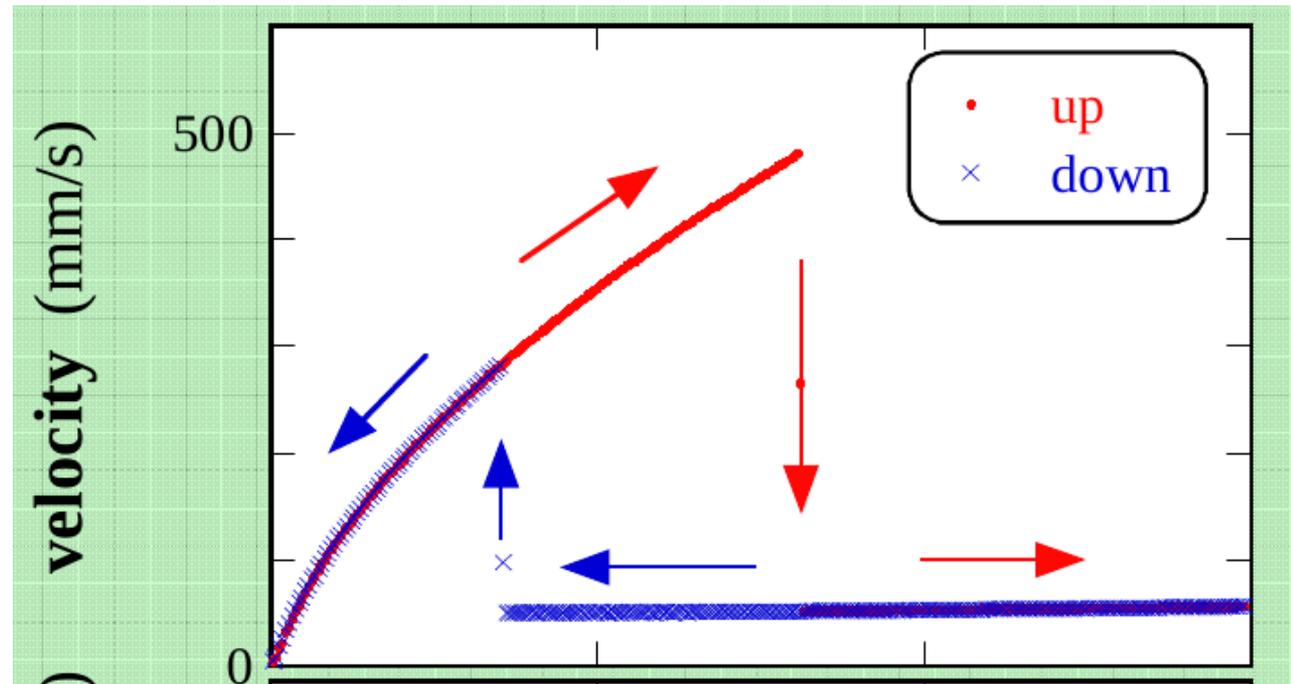
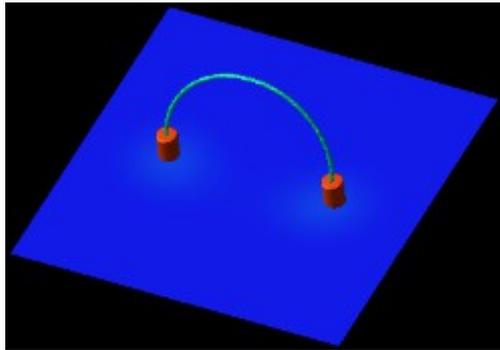


乱流のあるところと
ないところが顕著に
なる

量子乱流—層流転移

振動ワイヤーを用いた量子渦の観測

Yano, 2007



層流（量子渦なし）から乱流（量子渦あり）へ
励起するエネルギー > 乱流領域を保ち続けるエネルギー
量子渦は位相欠陥であるため、励起に有限のエネルギー

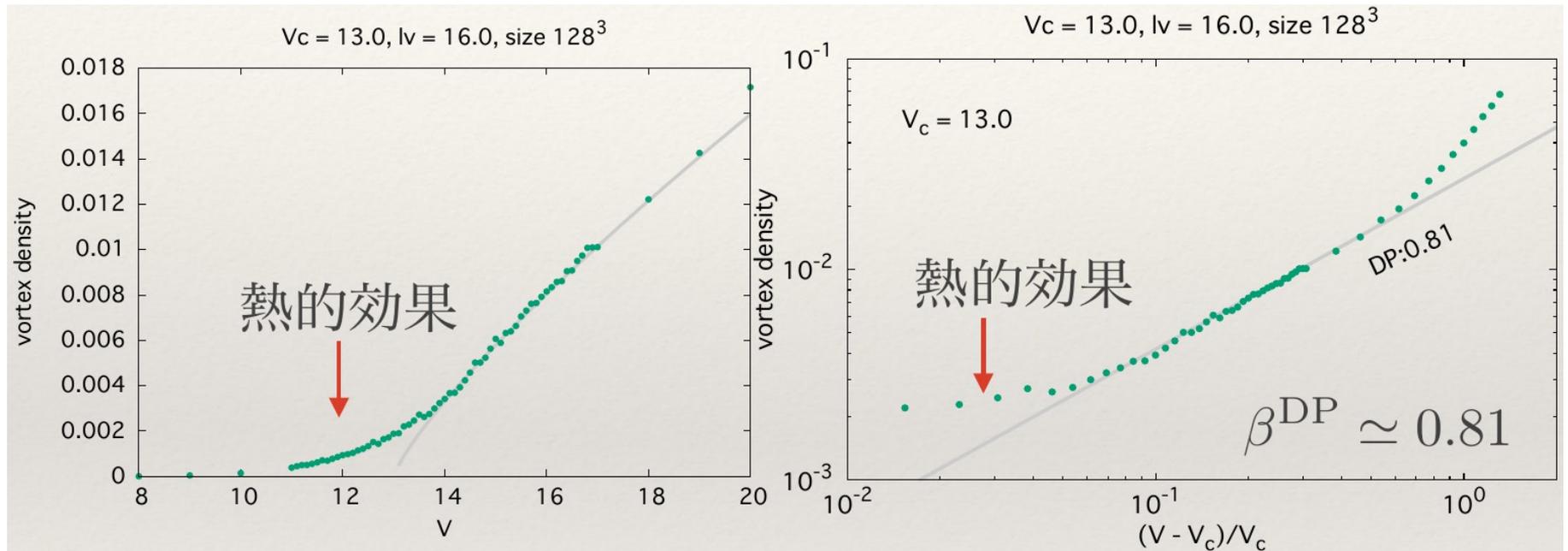
量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

再び非線形シュレディンガー方程式のシミュレーション

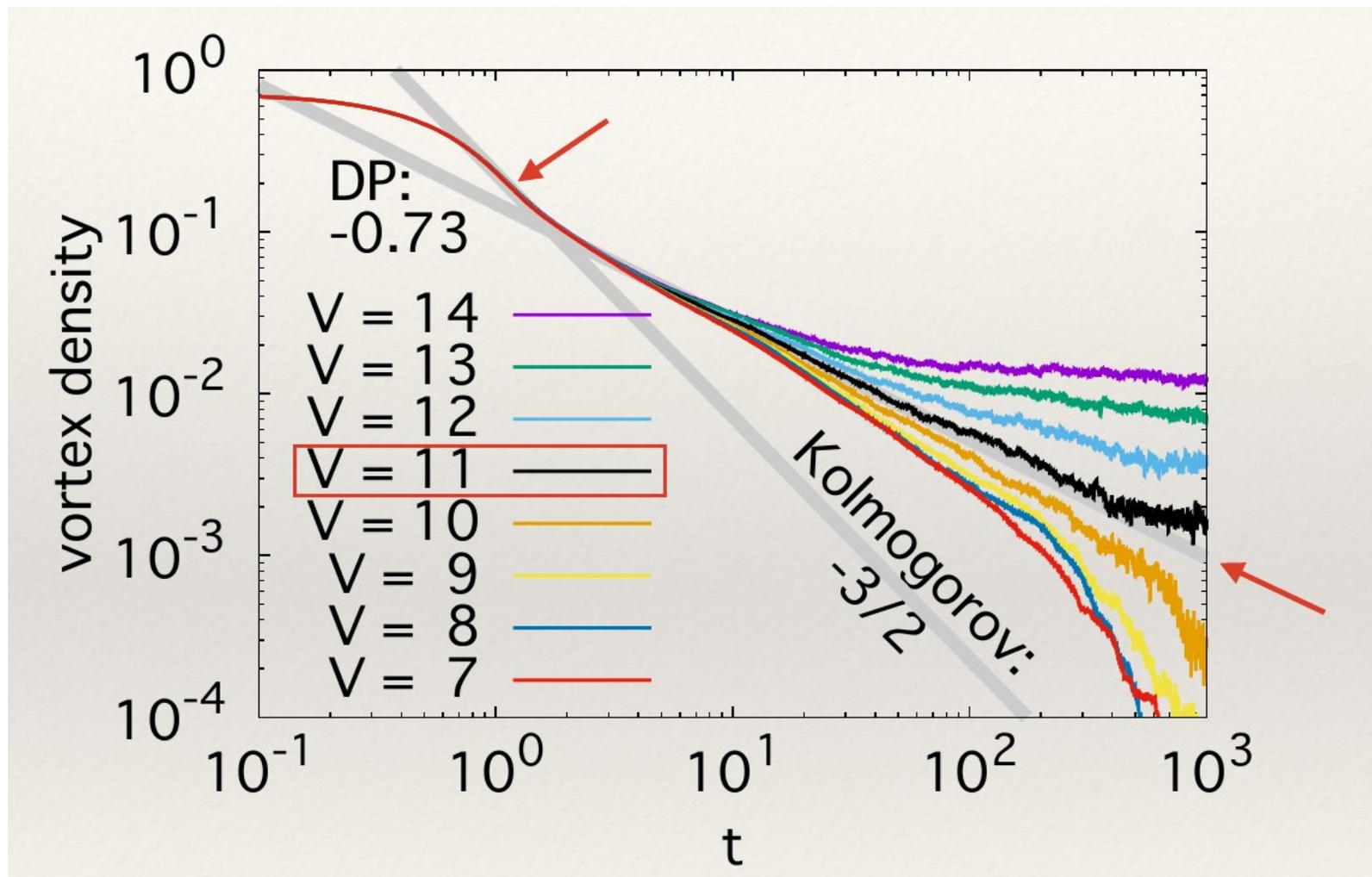
$$(i\hbar - \underline{\gamma})\dot{\Psi}(\mathbf{x}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \underline{V(\mathbf{x}, t)} - g\rho_0 + g|\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{x}, t)$$

外界との相互作用による
エネルギー散逸

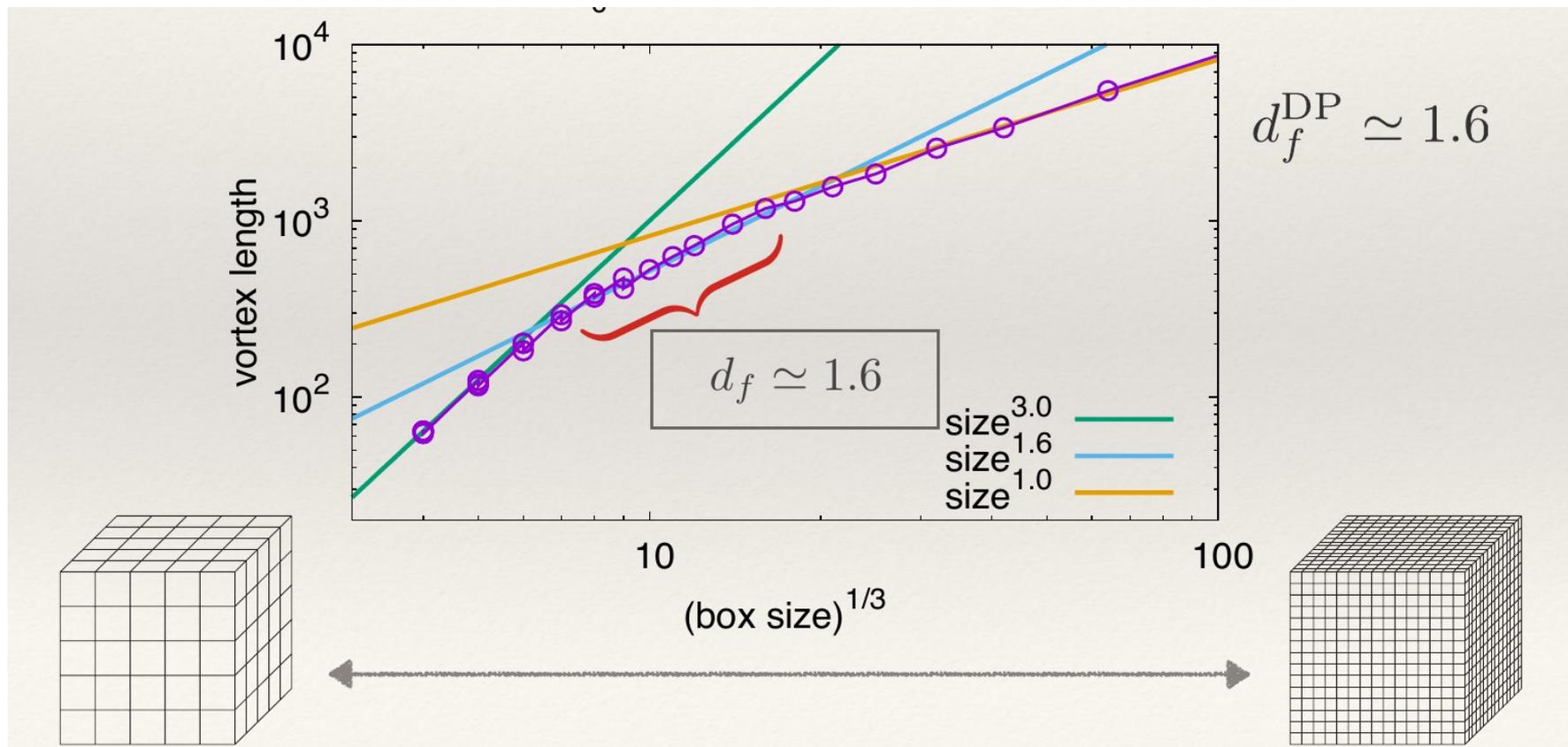
外力によるエネルギー
注入



発達乱流状態からの クエンチシミュレーション

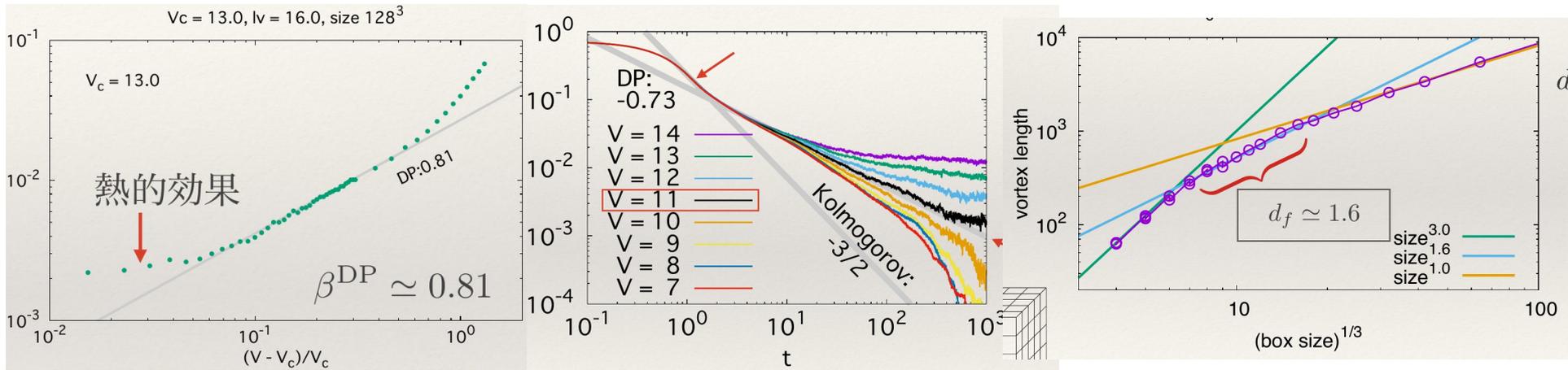


ボックスカウンティング法による 渦のフラクタル次元



Directed percolationにおける 臨界指数

3つの臨界指数



$$\beta \sim 0.81$$

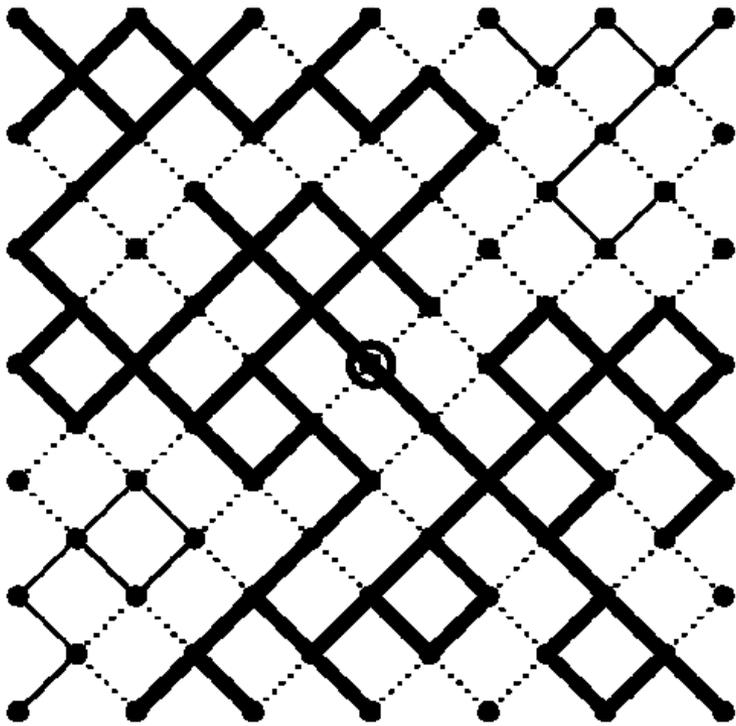
$$\alpha \simeq 0.73$$

$$d \simeq 1.6$$

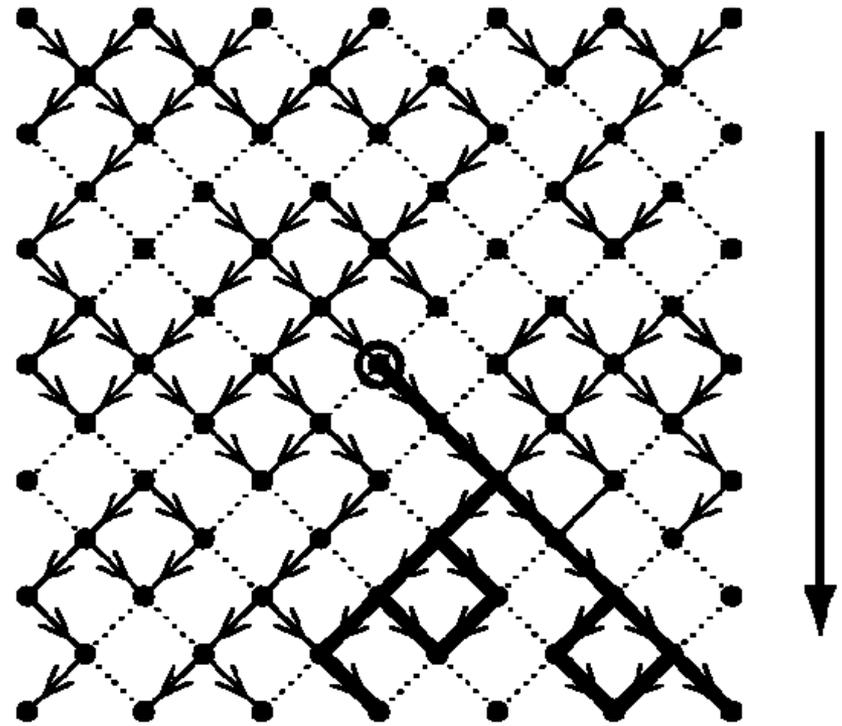
3次元directed percolationにおける臨界指数と一致
 →directed percolation普遍性クラスを示す

Directed percolation

1次元方向に向きを持つパーコレーション

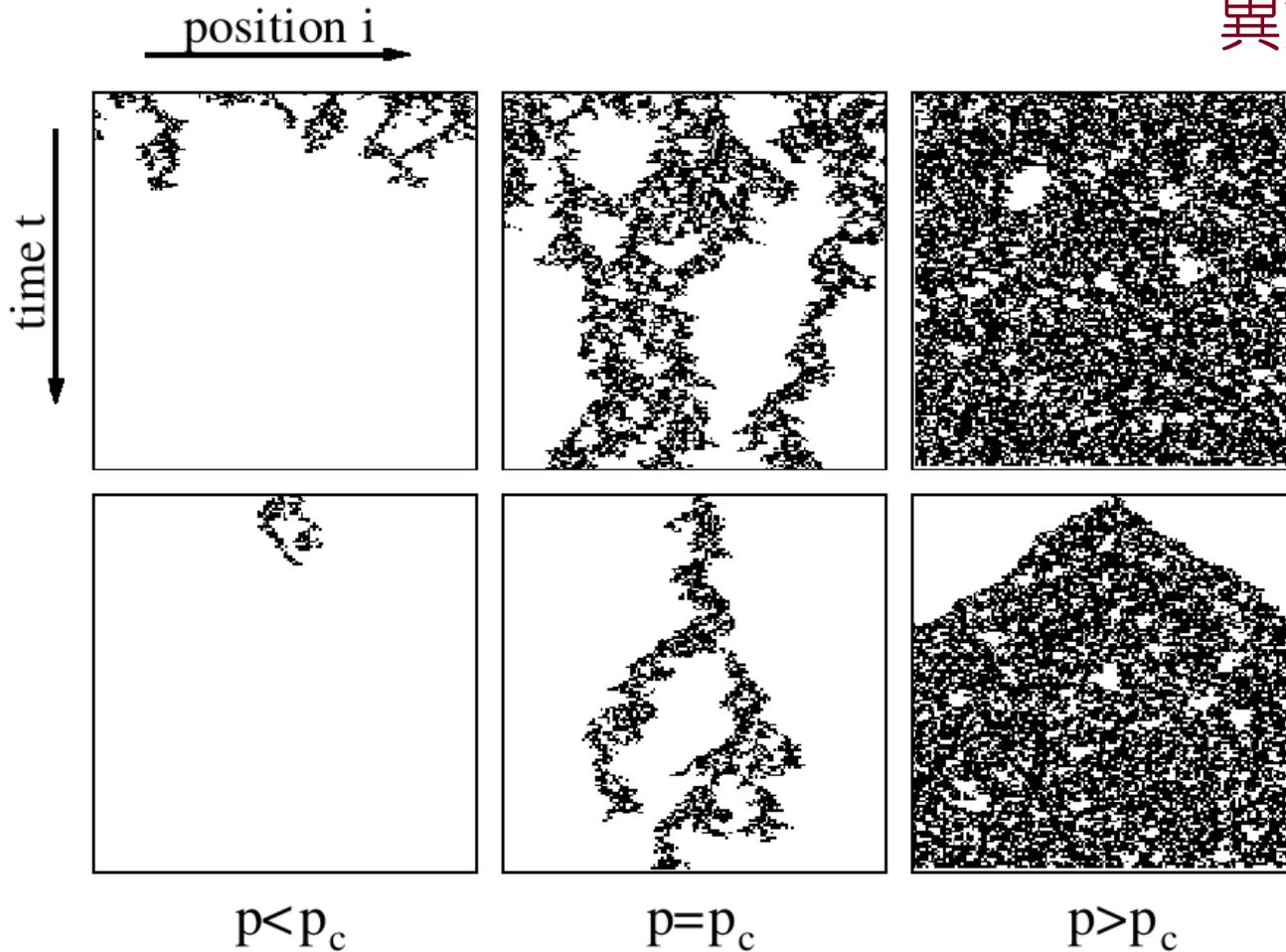


isotropic bond percolation



directed bond percolation

Directed percolation



異方軸を時間軸とする

浸透確率がある値よりも小さいとき、時間方向の浸透が完全に止まってしまう

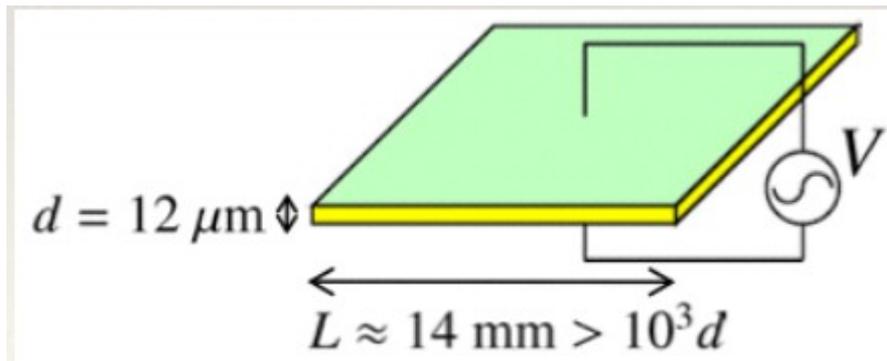


外力がある値よりも小さいとき、乱流領域が一度消えると2度と乱流状態にはならない

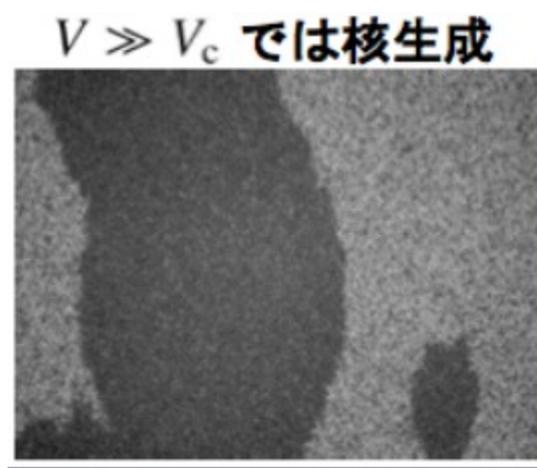
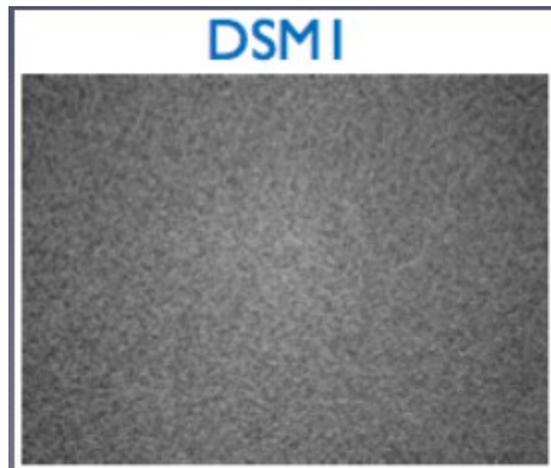
転移点近傍で臨界現象

量子乱流に潜む量子渦の普遍構造、およびその探索に向けて

液晶におけるDirected percolation

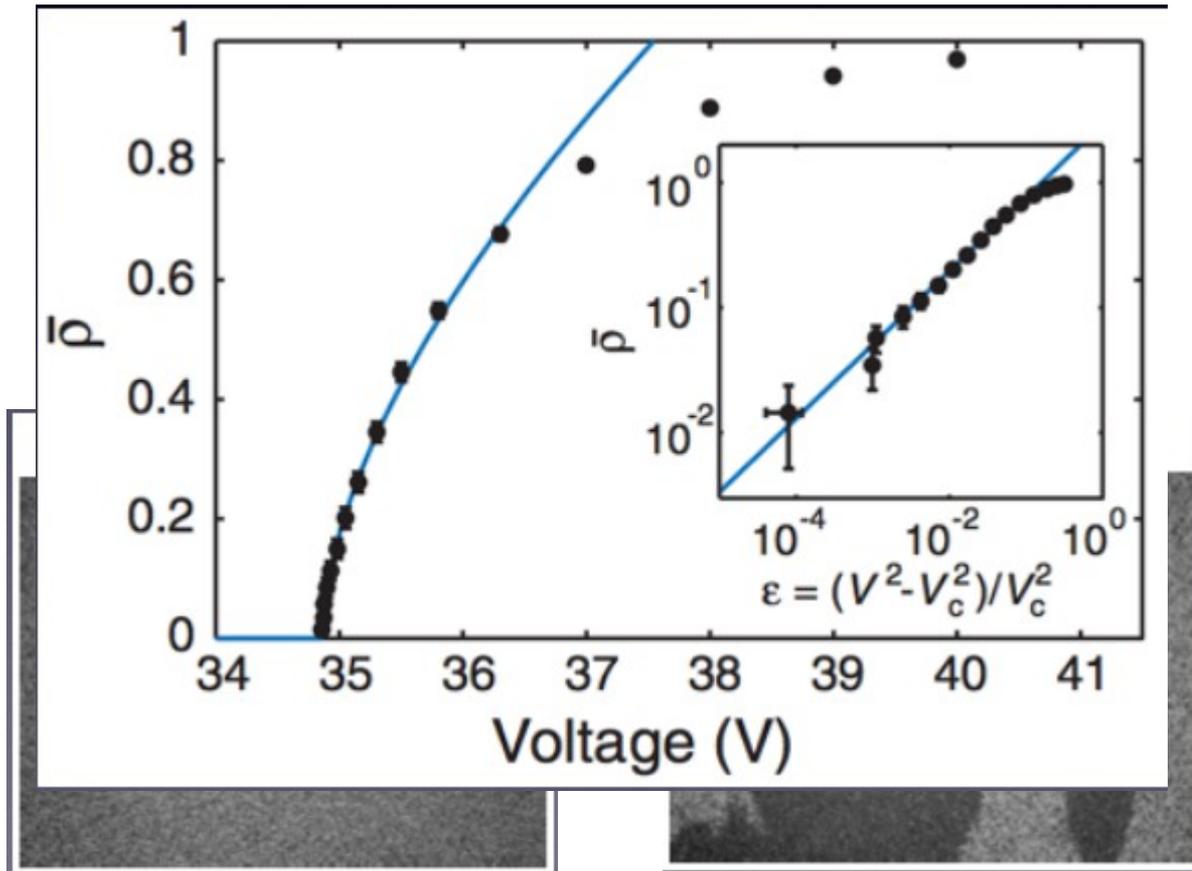


Takeuchi, 2007



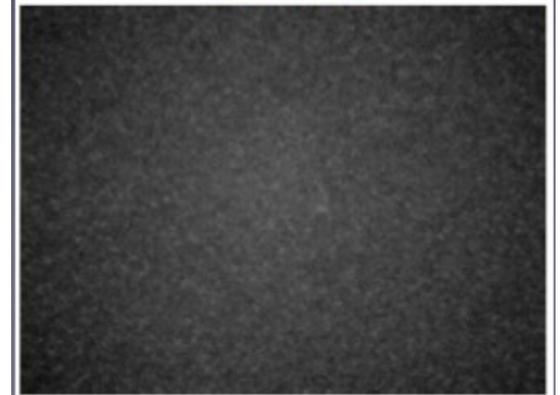
V

液晶におけるDirected percolation



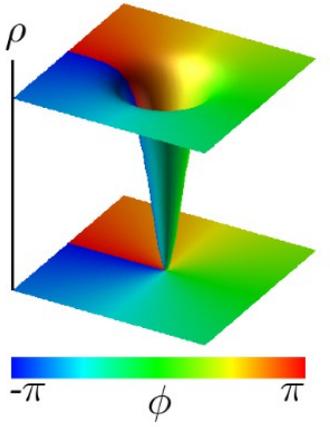
2次元directed percolationにおける臨界指数と一致

DSM2



V

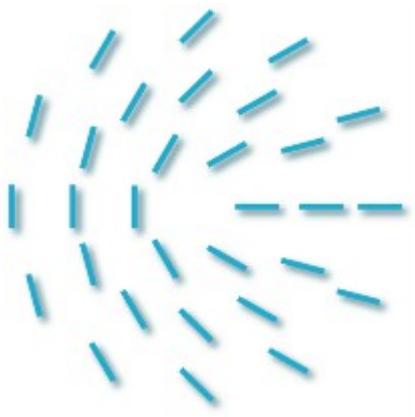
位相欠陥とDirected percolation



量子乱流：量子渦によってつくられる

液晶のDSM2相：転傾によってつくられる

どちらも位相欠陥であり、生成に有限のエネルギーが必要



Directed percolationの本質となっている

まとめ



量子渦の2面性 {

- 流れに対する循環を持ち、渦としての性質を持つ
→ 発達乱流におけるコルモゴロフ普遍性を与える
- 循環が量子化された、位相欠陥である
→ 乱流—層流転移におけるdirected percolation 普遍性を与える

後半の話の詳細はP-60 (高橋雅裕)