

# スピン1イジング強磁性BECにおける composite quantum turbulence

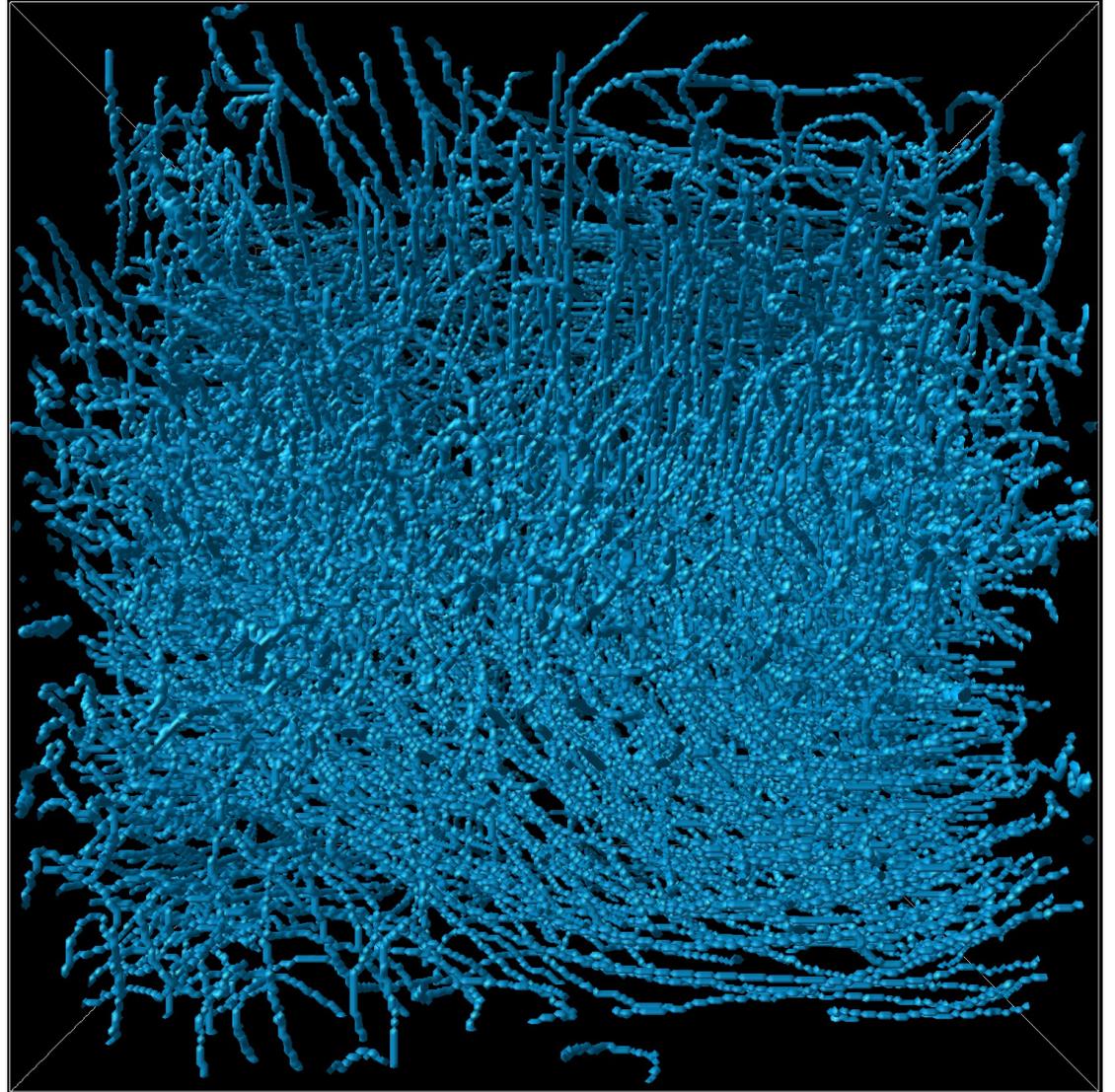
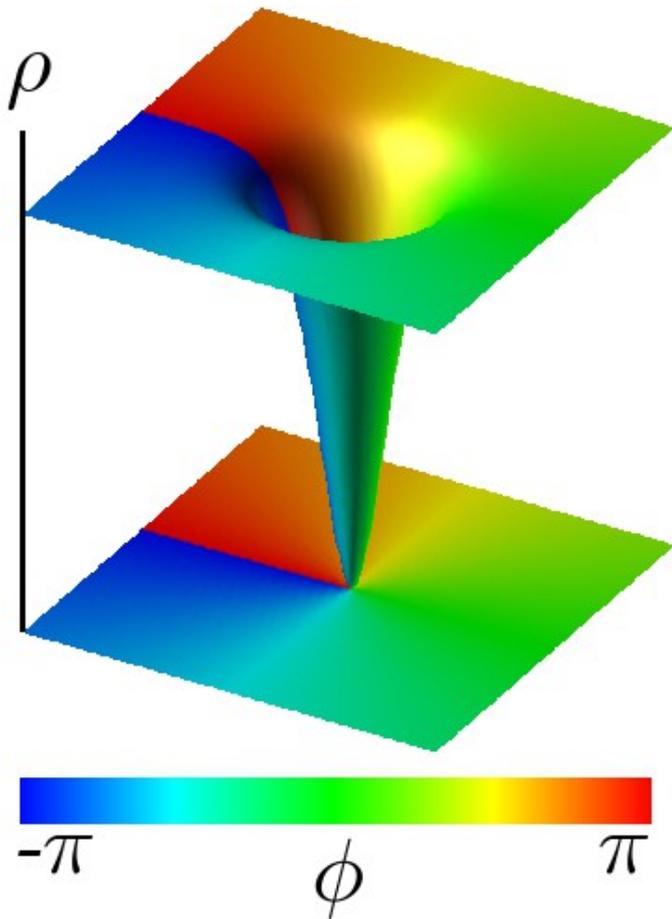
京都大学大学院理学研究科 小林未知数  
A02: 時空班 公募研究



2015年5月1日 科研費新学術領域研究「ゆらぎと構造の協奏」 研究会

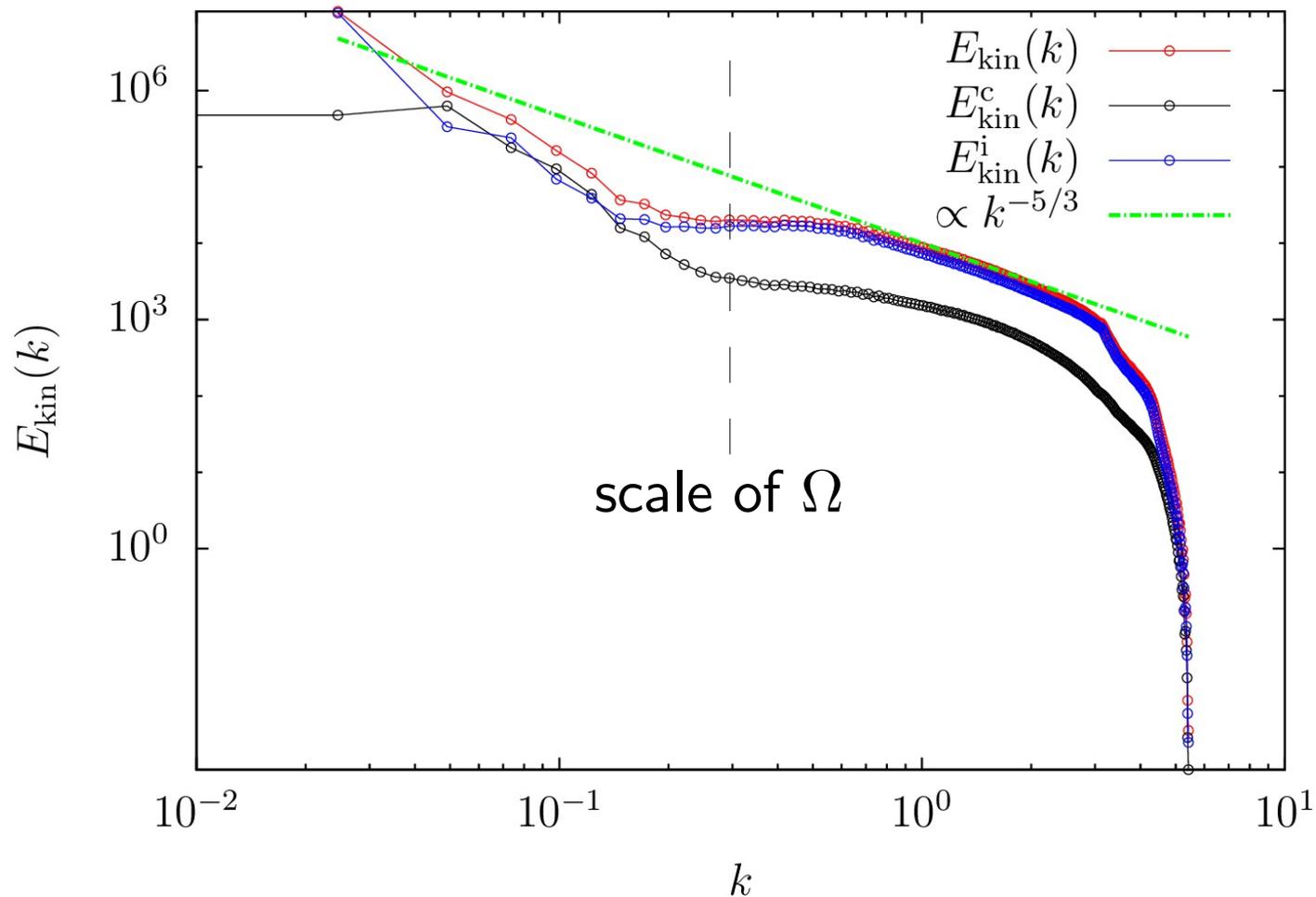
# 量子渦によって作られる量子乱流

$$(i - \gamma) \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\nabla^2 \psi + g(|\psi|^2 - \mu)\psi - i(i - \gamma)\Omega \cdot \hat{L}\psi$$

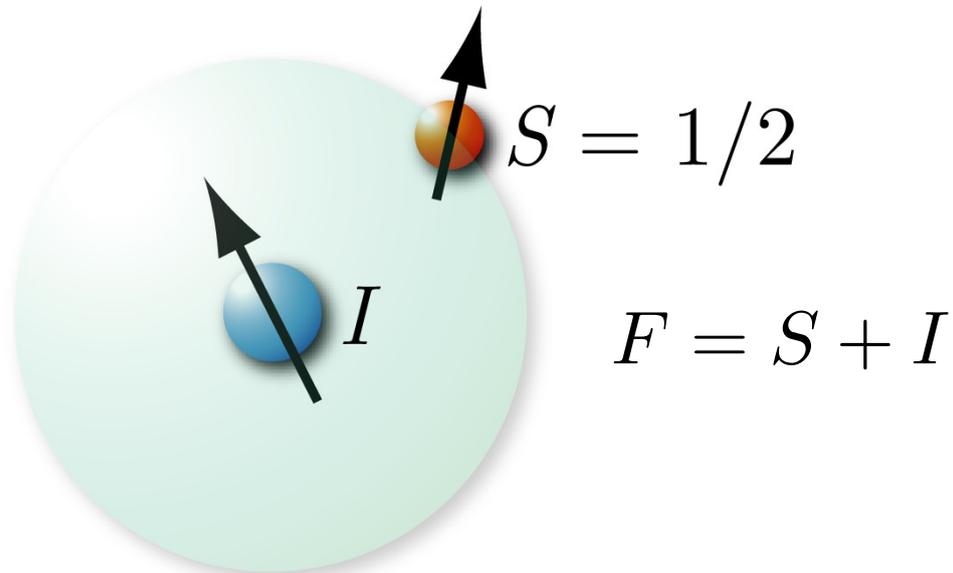


# 量子渦によって作られる量子乱流

$$E_{\text{kin}} = \int d^3x |f \nabla \theta|^2$$

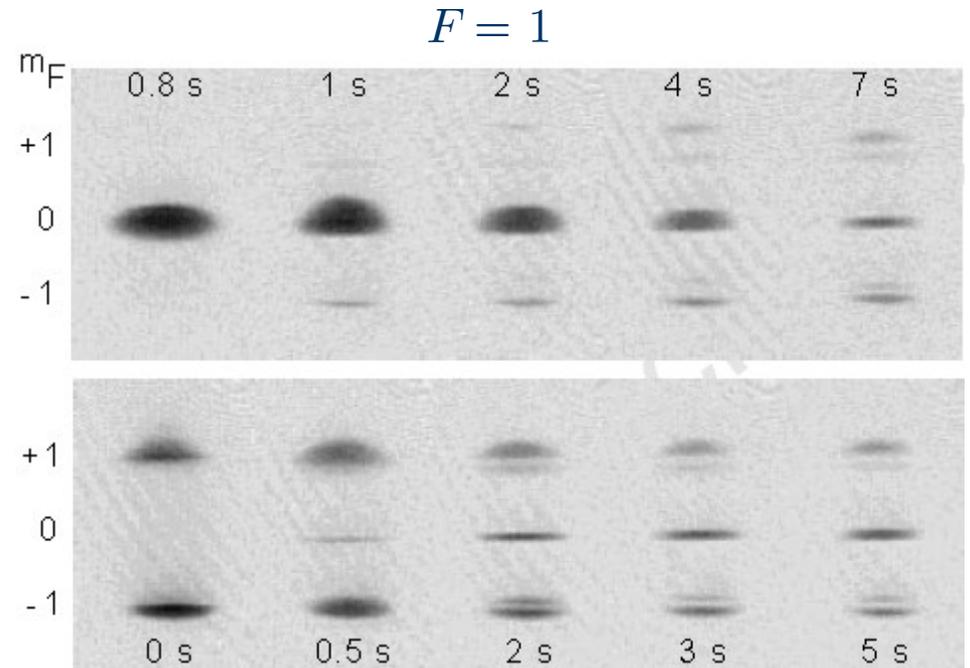


# スピノルBEC



$^{23}\text{Na } ^{87}\text{Rb} : I = 3/2$

$\rightarrow F = 1, 2$



J. Stenger et al. Nature **396**, 345 (1998)

Stern-Gerlach実験より、成分ごとに観測できる

$$H = \int d^3x \left[ \sum_{m=-1}^1 (|\nabla\psi_m|^2 + qm^2|\psi_m|^2) + \frac{g_0}{2}\rho + \frac{g_1}{2}\mathbf{F}^2 \right]$$

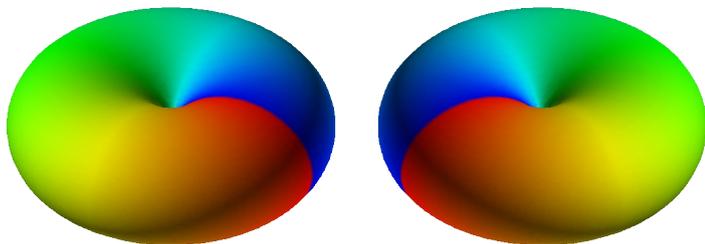
$$\rho = \sum_{m=-1}^1 |\psi_m|^2 : \text{density} \quad \mathbf{F} = \sum_{m,n=-1}^1 \psi_m^* \hat{\mathbf{F}}_{m,n} \psi_n : \text{spin density}$$

$$\hat{F}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{F}_y = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{F}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$g_1 < 0$  : 強磁性BEC ( $^{87}\text{Rb}$ で実現)

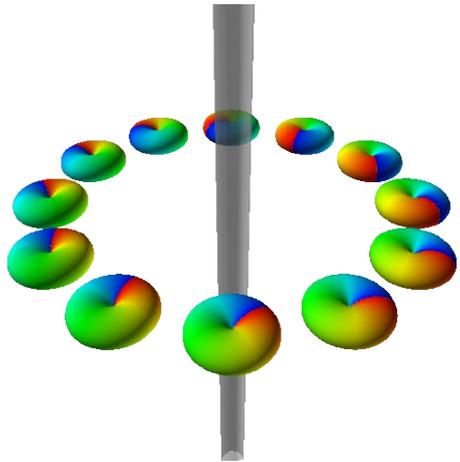
$q < 0$  : 負の2次ゼーマン (レーザーで実現)

基底状態 :  $(e^{i\varphi} \ 0 \ 0)^T$  or  $(0 \ 0 \ e^{i\varphi})^T$  : イジング的な基底状態 ( $\mathbb{Z}_2 \times U(1)$ )



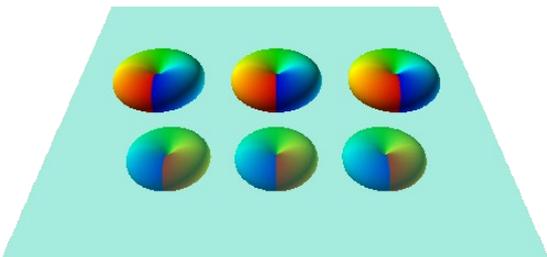
# 位相欠陥

量子渦 (スピンと位相の回転が結合した渦)



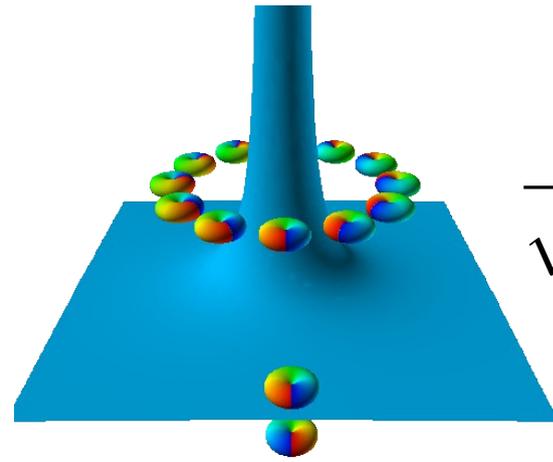
$$\begin{pmatrix} e^{i\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

磁壁

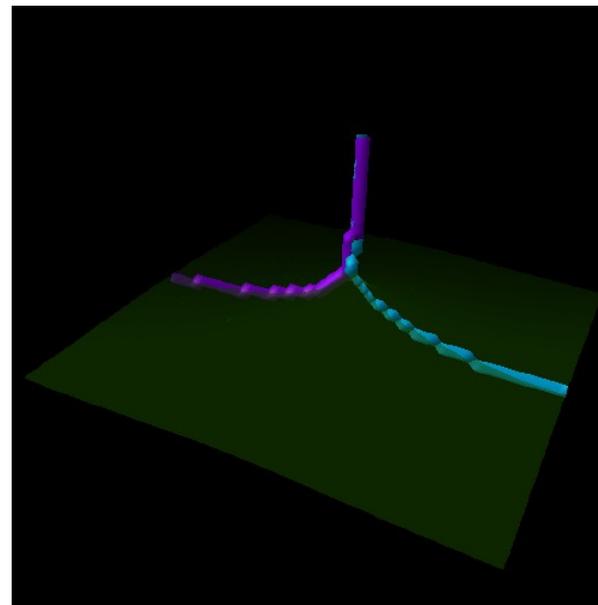


$$\frac{1}{\sqrt{1 + e^{2z}}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ e^z \end{pmatrix}$$

ブレンソリトン



$$\frac{1}{\sqrt{1 + e^{2z}}} \begin{pmatrix} e^{i\theta} \\ 0 \\ e^z \end{pmatrix}$$

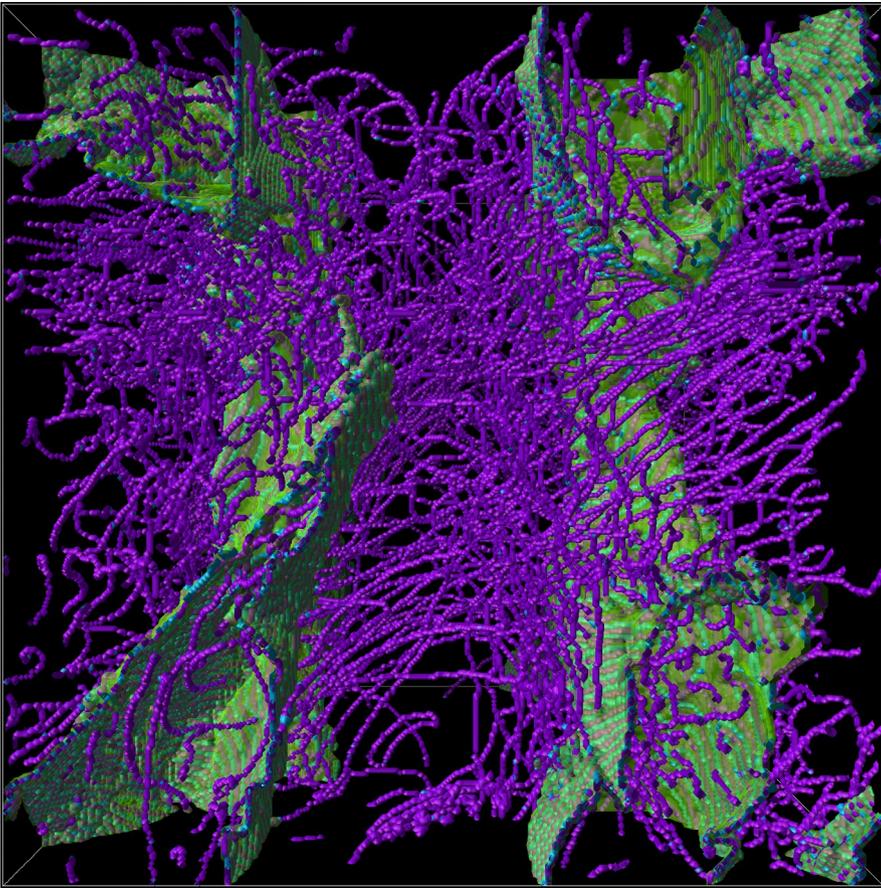


青 : スピン渦(半整数)  
紫 : 位相渦(半整数)  
緑 : 磁壁

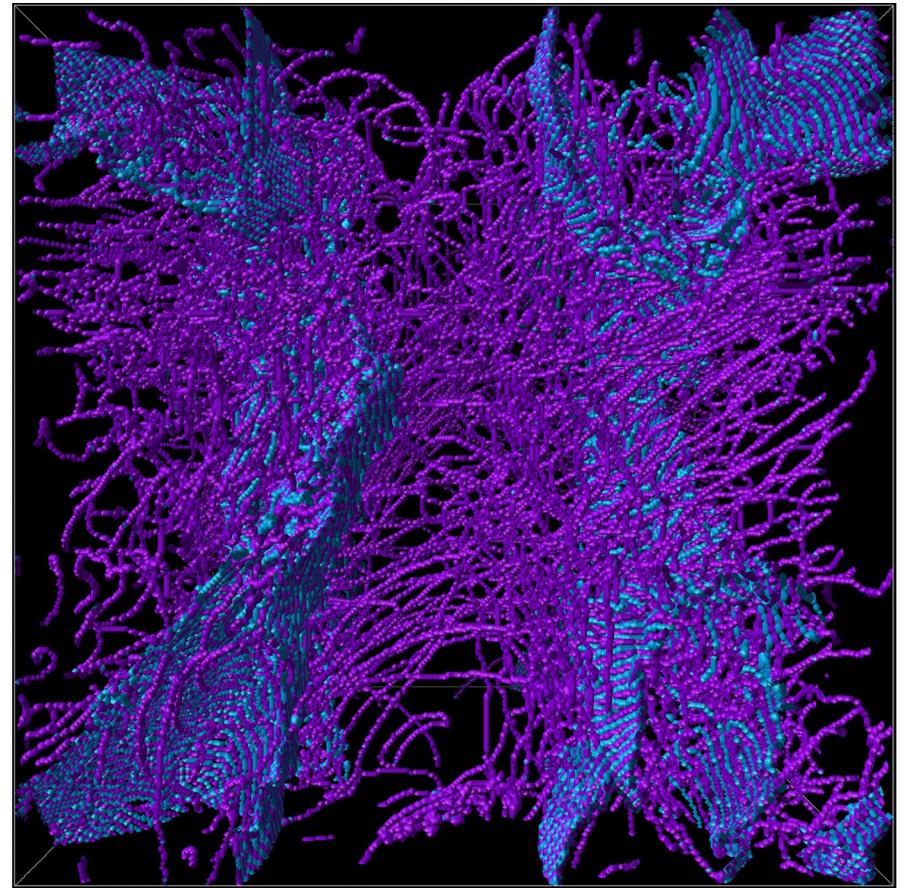
磁壁上に半整数渦がはりつく構造が、より安定 (2つの渦が合体して外に飛び出す)

# Composite quantum turbulence

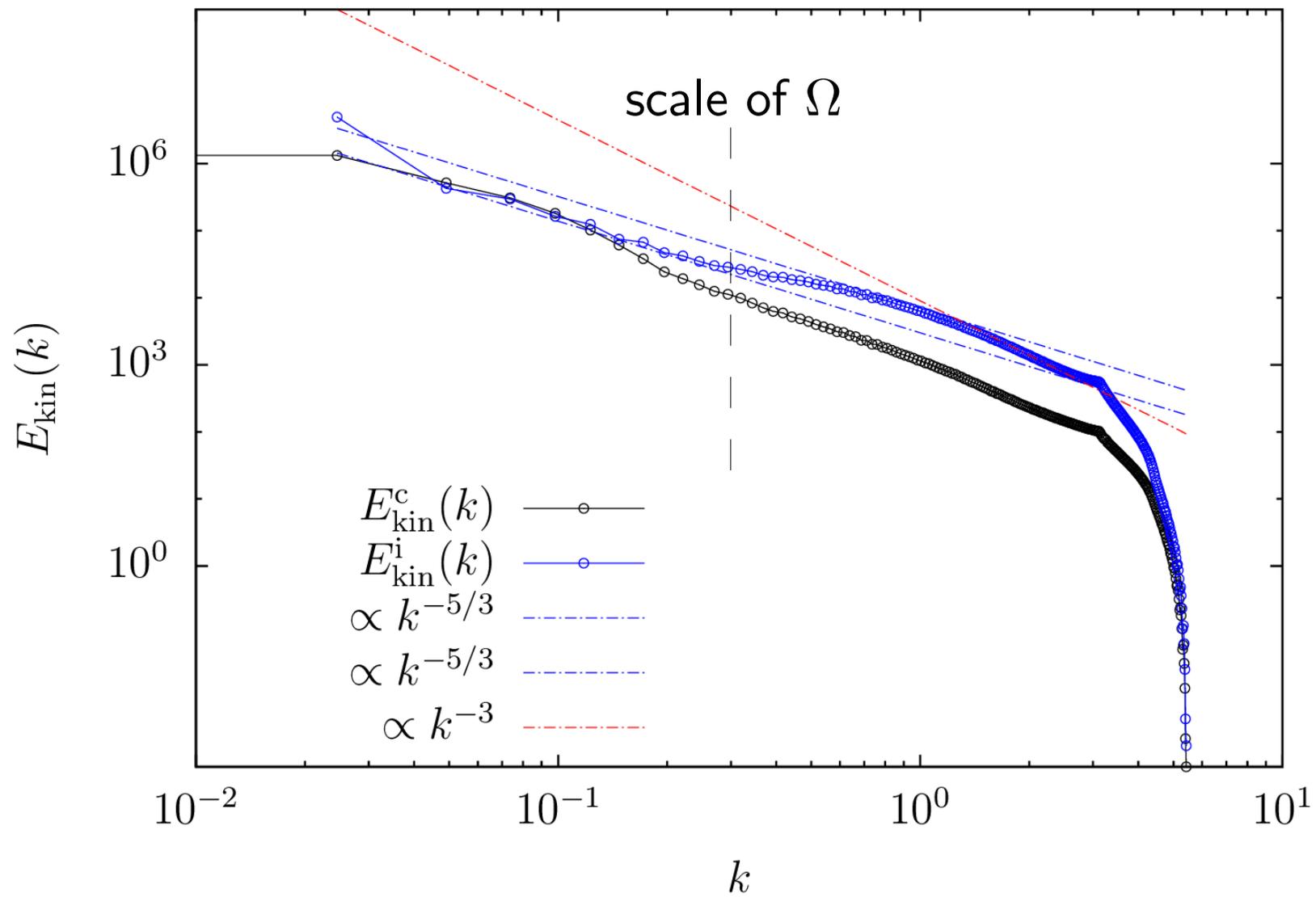
$$(i - \gamma) \frac{\partial \psi_m}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta \psi_m^*} - i(i - \gamma) \boldsymbol{\Omega} \cdot \hat{\mathbf{L}} \psi_m$$



渦と磁壁を表示



渦のみ表示：磁壁内を渦がびっしり張り  
尽くしている(半整数渦がより安定なため)



## 事実 (スカラーBECとの比較)

- $\Omega$ のスケールよりも大きなスケールで $\propto k^{-5/3}$ が現れる
- $\Omega$ のスケールよりも小さいスケールの $\propto k^{-5/3}$ は消えたか、非常にレンジが短い
- さらに小さいスケールで $\propto k^{-3}$ が現れている

## 考察

- 渦は磁壁にへばりつきたいため、磁壁にへばりついた渦が主要なダイナミクスとなる：擬2次元的乱流
- $\Omega$ のスケールよりも大きなスケールの $\propto k^{-5/3}$ ：磁壁内のエネルギー逆カスケード
- 磁壁外での渦のカスケードは抑制される：非常にレンジの短い $\propto k^{-5/3}$
- その代わりに次壁内でのエンストロフィーカスケード： $\propto k^{-3}$